Алгебра

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ

8

Алгебра

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ

8 класс

Учебное пособие для общеобразовательных организаций

2-е издание

Москва
«Просвещение»
2017

Предисловие

Одна из главных особенностей курса алгебры, представленного в учебниках алгебры для 7—9 классов (авторов Ю. М. Колягина, М. В. Ткачёвой, Н. Е. Фёдоровой, М. И. Шабунина), заключается в том, что в нём реализуется взаимосвязь принципов научности и доступности обучения, уделяется особое внимание обеспечению прочного усвоения основ математических знаний всеми учащимися. Основной теоретический материал в учебниках излагается с постепенным нарастанием его сложности. Язык изложения прост и понятен учащимся соответствующей возрастной группы, что обеспечивает возможность самостоятельного чтения учащимися как основного, так и дополнительного материала учебника.

Особенностью курса является также его практическая и мировоззренческая направленность, которая служит стимулом развития у учащихся интереса к алгебре, а также основой для формирования осознанных математических навыков и умений.

Курс алгебры построен в соответствии с содержательно-методическими линиями: числовой, функциональной, алгоритмической, уравнений и неравенств, алгебраических преобразований, стохастической.

Ведущей линией курса алгебры является числовая. Вокруг неё и с опорой на неё реализуются все остальные содержательно-методические линии. При изложении элементарных функций рассматриваются только числовые функции; уравнения и неравенства трактуются как определённого вида числовые соотношения, содержащие неизвестное число, которое нужно установить; алгебраические преобразования основываются на известных законах и свойствах арифметических действий над числами. Такое построение курса алгебры делает его органическим продолжением и обобщением курса арифметики. Центральное понятие курса — понятие числа — развивается и расширяется от рационального до действительного.

Изложение, как правило, ведётся конкретно-индуктивным методом с постепенным нарастанием роли дедукции, с опорой на практические задачи, мотивирующие полезность изучения вводимых математических понятий и иллюстрирующие реальную основу математических абстракций.

Опыт показывает, что усвоение алгебры осуществляется наиболее успешно, если изучение теоретического материала проходит в процессе решения задач. Этим достигается осмысленность и прочность знаний учащихся. Большое количество задач на применение алгебры в геометрии, физике, технике и т. д. помогает учащимся понять практическую необходимость изучения курса алгебры.

Содержание каждого из учебников алгебры 7—9 классов разбито на главы и параграфы.

Текст каждого **параграфа** сопровождается:

- краткой формулировкой предметных, метапредметных и личностных целей изучения материала параграфа;
  перечнем понятий и умений, необходимых для успешного овладения новым содержанием;
  развивающими, историческими, занимательными диалогами и беседами;
- системой устных вопросов и заданий, позволяющих проверить усвоение теоретического материала;
- вводными упражнениями, которые учитель может включить в устную работу в начале уроков по теме;
- трёхуровневой системой упражнений.

К каждой **главе** учебника прилагаются:

- введение, ориентирующее учащихся на понимание роли и места темы (которую предстоит изучить) как в курсе алгебры, так и в смежных учебных предметах, в различных научных знаниях, в истории развития математики;
- система практических и прикладных задач, для решения которых используются полученные в главе знания; дополнительные упражнения к главе, включающие упражнения для самоконтроля в рубрике *Проверь себя!* (на трёх уровнях сложности);
- перечень знаний и умений, приобретённых учащимися в ходе изучения главы (на обязательном уровне);
- темы исследовательских работ, позволяющие учащимся самостоятельно и целенаправленно углубить и расширить свои знания по теме, организовывать учебное сотрудничество и совместную деятельность учащихся с учителем и сверстниками.

В конце учебника приведены упражнения для повторения курса алгебры 8 класса, задачи для внеклассной работы и предметный указатель, а также приводится краткое содержание курса алгебры 7 класса.

В каждом параграфе учебника рассматриваются решения типовых задач. Рисунки учебника имеют как обучающий, так и иллюстративный характер.

Предполагается, что *упражнения с нечётными подномерами рассматриваются в классе, а с чётными задаются на дом*. Поэтому ответы в учебниках приведены в основном для чётных подномеров.

При работе с учебником алгебры ***учителю желательно придерживаться следующих методических рекомендаций***:

- мотивировать введение нового понятия в ходе выполнения практической задачи, как это делается почти в каждом параграфе учебника;
- не требовать от всех учащихся воспроизведения формулировок определений и теорем в отрыве от их практического применения;

- не сопровождать процесс решения задач излишне сложным оформлением их решений; предпочтение отдавать простейшим решениям, показывая (по возможности) различные способы решения одной и той же задачи;
- особое внимание уделять самостоятельной деятельности учащихся (в том числе при работе с учебником и выполнении исследовательских работ), организуемой и контролируемой учителем;
- требовать от учащихся, отвечающих у доски, комментировать ход решения задачи, обосновывать его правильность;
- за один или два урока до проведения контрольной работы предлагать тест на проверку минимальных знаний по теме, положительный результат которого считать допуском к контрольной работе (материал для тестов брать из книги «Алгебра. Тематические тесты. 8 класс» автора М. В. Ткачёвой);
- для проведения уроков обобщения, предшествующих выполнению контрольных работ, использовать материалы рубрик: *В этой главе вы узнали*, *Устные вопросы и задания*, *Проверь себя!* (первые два уровня), *Практические и прикладные задачи*; на этих уроках проводить коррекцию знаний по результатам теста; заслушивать представления исследовательских работ по теме.

Структура предлагаемой книги соответствует структуре учебника. В начале каждой главы этой книги приводится краткий обзор основных теоретических идей и положений, которые рассматриваются в соответствующей главе учебника.

Методические рекомендации даются к каждому параграфу, однако они не являются подробной разработкой планов уроков. Для удобства работы учителя в них кратко изложены основные цели и задачи каждого параграфа; указано, какой материал является основным и какой вспомогательным; сформулирован уровень требований к знаниям и умениям, которые должен получить каждый учащийся к концу изучения раздела или темы; для каждого урока приведён примерный список упражнений, рекомендуемых для решения в классе и дома; даны тексты самостоятельных и контрольных работ, которые могут быть скорректированы, изменены по усмотрению учителя или заменены работами из дидактических материалов к учебнику; предложены таблицы примерного планирования времени, отводимого на изучение каждого параграфа; приведены возможные варианты решения задач повышенной трудности; даны советы по работе с диалогами (приведёнными в конце параграфа).

Ориентиром для определения минимального уровня знаний и умений по теме служат упражнения, перечисленные в последнем абзаце параграфов пособия. Полное и успешное выполнение двухуровневых контрольных работ требует от учащихся владения навыками на уровне, превышающем минимальный. Дальнейшее формирование навыков и умений более высокого уровня должно осуществляться в процессе изучения последующих тем курса основной школы. Учителю следует знать, что в учебнике третий уровень заданий рубрики *Проверь себя!* соответствует предполагаемым достижениям учащихся, интересующихся математикой.

Следует иметь в виду, что *каждая конкретная рекомендация не является для учителя обязательной.* В первую очередь это относится к рекомендациям о количестве упражнений для классной, домашней и самостоятельной работы. В зависимости от условий учитель вправе вносить свои коррективы как в методику построения урока, так и в состав рекомендуемых упражнений.

В рекомендациях учтены особенности изучения курса в зависимости от варианта поурочного планирования учебного материала. Подробные рекомендации даны для I варианта планирования. При работе по II варианту планирования рекомендуется использовать задания, которые предлагаются в последнем столбце таблиц распределения учебного материала.

Предполагается, что рабочие тетради к учебнику учитель будет использовать систематически в работе со слабоуспевающими учащимися. Отдельные материалы рабочих тетрадей могут быть эффективно использованы на различных этапах обучения (в классной и домашней работе) со всеми учащимися. Предполагается, что задания из дидактических материалов учитель будет применять регулярно для проведения обучающих и контролирующих самостоятельных работ, а также в дополнительной работе с сильными учащимися.

К данному курсу существует **Электронная форма учебника (ЭФУ)** — соответствующая по структуре, содержанию и художественному оформлению печатной форме учебника и включающая в себя интерактивные ссылки, расширяющие и дополняющие материал печатного учебника.

Функциональные особенности ЭФУ:

- удобный и понятный интерфейс и навигация по ЭФУ;
- работа в онлайн- и оффлайн-режимах;
- тестовые задания к каждой теме, разделу учебника;
- возможность добавления материалов, созданных учителем;
- инструменты изменения размера шрифта, создания заметок и закладок;
- удобная навигация.

Педагогические возможности использования ЭФУ:

- организация контроля и самоконтроля по результатам изучения темы;
- реализация технологий мобильного, дистанционного или смешанного обучения;
- реализация требований ФГОС по формированию информационно-образовательной среды системой электронных образовательных ресурсов и др.

ГЛАВА I

Неравенства (19/21 ч)

В этой главе рассмотрению неравенств с неизвестными и их систем предшествует детальное изучение числовых неравенств и их свойств.

В отличие от свойств числовых равенств, на которых основаны свойства уравнений и с которыми учащиеся знакомы ещё с начальной школы, свойства числовых неравенств изучаются ими практически впервые. При этом свойства неравенств формулируются в общем виде и достаточно строго доказываются. Это часто вызывает дополнительные трудности у учащихся, так как они впервые встречаются с теоремами в алгебре.

Существенную роль играет определение числового неравенства через его характеристическое свойство ($a > b$, если $a - b > 0$). С помощью этого определения доказываются первые свойства числовых неравенств, и вообще оно выступает в качестве метода доказательства справедливости неравенств.

Алгоритм решения неравенства с неизвестным сложнее, чем алгоритм решения уравнений, так как на последнем этапе решения приходится учитывать знак коэффициента при неизвестном. Кроме того, в отличие от уравнения неравенство имеет не отдельные решения, а, как правило, множество решений.

Геометрическое изображение множества решений неравенства на числовой прямой является необычным для учащихся, но очень нужным и полезным, в особенности при решении систем неравенств.

Решение систем неравенств с одним неизвестным тесно связано с числовыми промежутками, с которыми учащиеся также знакомятся впервые, получая представление о символьной записи и изображении числовых множеств.

Отметим, что правильность решения уравнений легко проверяется подстановкой, тогда как решение неравенства (если оно не конечное множество чисел) таким способом проверить нельзя.

В этой главе учащиеся обстоятельно знакомятся с трудным для них понятием модуля числа и его применением при решении уравнений и неравенств.

Тема «Неравенства» тесно связана со всеми темами курса алгебры. Например, неравенства используются при изучении свойств функции (промежутки знакопостоянства, монотонность и др.). Она также важна для изучения темы «Приближённые вычисления».

Предметными целями изучения главы I являются:

- развитие знаний о сравнении чисел;
- расширение символьных языковых приёмов алгебры;
- овладение способами решения неравенств и их систем;
- ознакомление с записью и изображением на числовой оси числовых множеств;
- формирование умения моделировать реальные ситуации с помощью неравенств;
- демонстрация применения полученных знаний и умений для решения прикладных задач и задач смежных дисциплин;
- формирование умения оценивать полученные результаты;
- развитие логического мышления, формирование умения обосновывать свои высказывания.

Метапредметные цели изучения главы:

- формирование умения использовать определения и свойства понятий для доказательства утверждений;
- развитие умения преобразовывать знаки и символы для решения учебных и познавательных задач;
- обучение планированию путей достижения учебных целей, нахождению оптимальных (эффективных) способов решения задач;
- формирование навыков самоконтроля и самооценки;
- развитие умения организовывать учебное сотрудничество с учителем и одноклассниками.

Личностные цели изучения главы:

- воспитание заинтересованности в результатах обучения, расширении и углублении знаний; приобщение к основам культурного наследия человечества;
- формирование целостного мировоззрения, соответствующего современному уровню развития науки;
- формирование уважительного отношения к мнению другого человека, готовности и способности вести диалог.

В результате изучения главы I все учащиеся должны знать определение числового неравенства и его основные свойства, уметь решать неравенства с неизвестными и их системы (используя геометрическую иллюстрацию) при выполнении упражнений типа **174 (1, 2)**, **175**, **178**, **179**, **182**, **183**, а также упражнений из рубрики *Проверь себя!* (I уровень).

§ 1 Положительные и отрицательные числа (2/2 ч)

Цели изучения параграфа — обобщение известных учащимся сведений о свойствах положительных и отрицательных чисел и ознакомление с применением этих свойств (в частности, при решении уравнений); формирование умений создавать обобщения, строить логические рассуждения и делать выводы.

Материал параграфа даёт возможность повторить основное содержание курсов арифметики и алгебры 5—7 классов, представленное методическими линиями: числа и вычисления, преобразование выражений, уравнения. Теоретический материал (необходимые определения, свойства, алгоритмы) целесообразно повторить в ходе выполнения упражнений параграфа, по мере необходимости обращаясь к разделу «Краткое содержание курса алгебры 7 класса» (с. 308 учебника). Свойства рациональных чисел, которые будут активно использоваться при изучении всей темы «Неравенства», приводятся в учебнике в их словесной формулировке и в записи с помощью букв. Однако требовать от учащихся заучивать наизусть словесные формулировки этих свойств не следует; достаточно, чтобы они умели применять их на практике, в частности при выполнении упражнений на доказательство (задача 1 текста учебника, упражнения **7—12**) и при решении уравнений (задачи 2—4 текста учебника, упражнения **16—23**). Алгоритм решения уравнений, предложенных в параграфе, основан на свойствах 6 и 7 чисел. Более сложные уравнения, связанные с применением этих свойств, будут рассматриваться при изучении темы «Квадратные уравнения». Превышать уровень сложности упражнений, предложенных в учебнике, пока не следует.

На первом уроке можно провести беседу об истории развития понятия числа, ввести определение положительных и отрицательных рациональных чисел, рассмотреть свойства 1—5 и задачу 1 текста параграфа.

В качестве устных упражнений можно использовать упражнения **1—4** учебника, затем письменно выполнить вводные упражнения.

Прежде чем разобрать задачу 1 текста и сформулировать следующий за ней вывод, можно выполнить устно упражнение **10**.

Использование свойств 1—3 целесообразно закрепить при выполнении упражнений **7—9** (1, 2). Перед выполнением упражнения **8** желательно предложить учащимся самостоятельно по учебнику разобрать текст доказательства утверждения, предложенный как образец рассуждений (следующий за упражнением **7**). Записи в тетрадях и на доске необходимо сопровождать устным объяснением, что способствует осознанному применению свойств. Например, при выполнении упражнения **8** (2) в тетради может появиться следующая запись, сопровождаемая устным пояснением:

8. 2) **Запись в тетради**	**Устное пояснение**
Так как $a < 0$, $2 > 0$, то $2a < 0$.	По свойству 3 произведение положительного и отрицательного чисел отрицательно.
Так как $a < 0$, $b < 0$, то $a + b < 0$.	По свойству 2 сумма отрицательных чисел отрицательна.
Так как $2a < 0$, $a + b < 0$, то $2a(a + b) > 0$.	По свойству 2 произведение отрицательных чисел положительно.

Перед выполнением упражнения **9** (1, 2) следует повторить понятие противоположных чисел и обосновать требуемые неравенства свойствами сложения чисел с одинаковыми знаками:

1) $a - b = a + (-b)$, $a + (-b) > 0$, так как $a > 0$ и $-b > 0$;

2) $b - a = b + (-a)$, $b + (-a) < 0$, так как $b < 0$ и $-a < 0$.

Свойства 4—5 закрепляются, в частности, в ходе выполнения упражнений **14—15**, часть из которых можно будет выполнить устно.

Запись в тетрадях может быть такой:

14. 1) $-a = -1 \cdot a$;
если $-1 \cdot a < 0$, то $a > 0$ (по свойству 5);

5) $\frac{a^5}{a^2} = a^3 = a^2 \cdot a$, для всех $a \neq 0$ $a^2 = a \cdot a > 0$ (по свойствам 1 и 2);

если $a^2 \cdot a > 0$, то $a > 0$ (по свойству 4).

Следовательно, $a^3 > 0$ (нечётная степень числа положительна только в том случае, когда число положительно) и $\frac{a^5}{a^2} > 0$.

Пояснения в скобках достаточно записать один-два раза, а затем их можно заменять устными обоснованиями.

В домашнюю работу после первого урока можно включить изучение рубрики *Диалог об истории*, сопроводив его следующими вопросами: «Кто и в каком веке изобрёл знак равенства?», «Кто и когда первым стал использовать знаки неравенств?», «Почему знак неравенства в математической литературе стал использоваться раньше знака равенства?», «Что означает слово *littera*?».

На втором уроке закрепляются свойства 1—5 и изучается применение свойств 6—7 при решении уравнений.

Решения уравнений в тетради можно записывать так:

23. 1) $\frac{x^2-1}{x+2}=0$,

$x^2-1=0,\ x+2\neq 0$,

$(x-1)(x+1)=0$.

(1) $x-1=0$, $\quad$ (2) $x+1=0$,

$x=1$; $\quad$ $x=-1$.

Если $x=1$, то $x+2=3\neq 0$.

Если $x=-1$, то $x+2=1\neq 0$.

Ответ. $x=-1$, $x=1$.

21. 4) $\frac{x-3x^2}{x}=0$,

$x-3x^2=0,\ x\neq 0$,

$x(1-3x)=0$.

(1) $x=0$; $\quad$ (2) $1-3x=0$,

$x=\frac{1}{3}$.

Если $x=0$, то $0\neq 0$ — неверно.

Если $x=\frac{1}{3}$, то $\frac{1}{3}\neq 0$.

Ответ. $x=\frac{1}{3}$.

Распределение учебного материала по урокам может быть следующим*:

Номер урока	Теоретический материал	Задания		
		основные для работы в классе и дома	для самостоятельной работы в классе	дополнительные
1	§ 1, свойства 1—5; задача 1 и обобщение возведения в степень отрицательных чисел	ВУ; № 1—3, 5—15	№ 5 (3), 12 (3), 13 (3), 15 (3)	№ 4, 701; диалог об истории (с. 13); ДМ № 3, 5
2	§ 1, свойства 6—7, задачи 2—4	№ 16—24	№ 17 (3), 19 (3), 23 (3), 21 (3)	№ 25—27; ДМ № 9, 10

В результате изучения параграфа все учащиеся должны уметь отвечать на устные вопросы (с. 9—10) и применять свойства чисел при выполнении упражнений типа **6, 10, 15, 16, 20.**

Решение упражнений

25. 1) $\frac{1}{a+2} - \frac{1}{a+3} = \frac{a+3-a-2}{(a+2)(a+3)} = \frac{1}{(a+2)(a+3)} > 0;$

так как $a + 3 > 0$ и $a + 2 > 0$ — по свойству 1, $(a + 3) \times$ $\times (a + 2) > 0$ — по свойству 1; так как $1 > 0$, то частное $\frac{1}{(a+2)(a+3)} > 0$ — по свойству 1.

26. 1) $6n = 2(3n)$ — число чётное, значит, $(-1)^{6n} = 1;$

$2n + 3 = 2n + 2 + 1 = 2(n + 1) + 1$ — число нечётное, значит, $(-1)^{2n+3} = -1;$

$4n + 1 = 2(2n) + 1$ — число нечётное, значит, $(-1)^{4n+1} =$ $= -1;$

$6n - 1 = 2(3n) - 1$ — число нечётное, значит, $(-1)^{6n-1} =$ $= -1.$

---

* Здесь и далее в таблицах использованы сокращения: ВУ — вводные упражнения; УВ — устные вопросы; ПЗ — практические и прикладные задачи; ДМ — дидактические материалы; РТ — рабочие тетради.

Поэтому $\dfrac{(-1)^{6n}-(-1)^{2n+3}}{(-1)^{4n+1}+(-1)^{6n-1}}=\dfrac{1-(-1)}{(-1)+(-1)}=\dfrac{2}{-2}=-1.$

§ 2 Числовые неравенства (1/1 ч)

Цели изучения параграфа — обучение сравнению двух чисел с помощью выяснения знака их разности; создание мотивации изучения числовых неравенств; обучение доказательству утверждений; формирование умений делать обобщения, создавать наглядные графические модели рассматриваемых объектов.

В начале урока имеет смысл познакомить учащихся с введением к главе I и подчеркнуть важность изучаемой темы для математики, смежных дисциплин и практики.

В параграфе изучается определение числового неравенства, из которого следуют все известные ранее правила сравнения чисел. Например, в курсе математики 5 класса учащиеся знакомились с правилом сравнения дробей с одинаковым знаменателем: $\frac{4}{7}>\frac{2}{7}$, так как $4>2$. Это правило можно обосновать с помощью введённого в этом параграфе определения неравенства $\frac{4}{7}>\frac{2}{7}$, так как $\frac{4}{7}-\frac{2}{7}>0$. Подобного вида неравенства полезно иллюстрировать на числовой прямой, что значительно облегчит в дальнейшем обучение решению неравенств первой степени и их систем.

Урок можно построить по плану, определённому текстом учебника, начиная с примера сравнения чисел $\frac{4}{5}$ и $\frac{3}{4}$, что хорошо подготовит учащихся к введению определения числового неравенства.

Задача 1 не только иллюстрирует применение определения, но и, по сути, формулирует одно из свойств неравенств.

Задачи 3—5 текста параграфа выполняют очень важную функцию: на их примере демонстрируется один из методов доказательства неравенств, который в основной школе останется ведущим. Причём результат задач 3 и 4 часто используется при доказательстве достаточно сложных неравенств, и учащимся, интересующимся математикой, полезно его помнить. Однако умение доказывать неравенства не является обязательным для **всех** учащихся основной школы.

Для решения в классе и дома можно использовать упражнения **28—34**, самостоятельно **33 (1, 3)**, дополнительно **36, 37, 915 (1)** (решение приведено в конце учебника); РТ № 10, 11; ДМ № 3.

В результате изучения параграфа все учащиеся должны знать определение числового неравенства, уметь его применять при выполнении упражнений типа **28, 29, 31** и отвечать на устные вопросы (с. 16).

Решение упражнений

34. Оба мальчика купили по x марок. Первый потратил $50x$ рублей, а второй $\frac{x}{2} \cdot 30 + \frac{x}{2} \cdot 60 = 15x + 30x = 45x$ рублей. Сравним $50x$ и $45x$. Так как $x > 0$, имеем $50x > 45x$.

Ответ. Первый мальчик.

36. Оценим разность $(a^4 + b^4) - (a^3b + ab^3)$. Выполним преобразования: $a^4 + b^4 - a^3b - ab^3 = a^3(a - b) - b^3(a - b) = (a - b)(a^3 - b^3) = (a - b)(a - b)(a^2 + ab + b^2) = (a - b)^2(a^2 + ab + b^2) > 0$, так как $(a - b)^2 > 0$ и $a^2 + ab + b^2 > 0$ ($a \neq b$, $a > 0$, $b > 0$ по условию), следовательно, $a^4 + b^4 > a^3b + ab^3$.

37. Оценим разность $a^3 + 1 - (a^2 + a)$, зная, что по условию $a > -1$ и $a \neq 1$: $a^3 + 1 - a^2 - a = (a^3 - a^2) + (1 - a) = a^2(a - 1) - (a - 1) = (a - 1)(a^2 - 1) = (a - 1)^2(a + 1) > 0$; так как $a > -1$, то $a + 1 > 0$; $a \neq 1$, значит, $(a - 1)^2 > 0$, следовательно, $a^3 + 1 > a^2 + a$.

§ 3 Основные свойства числовых неравенств (2/2 ч)

Цели изучения параграфа — формирование умения применять свойства числовых неравенств при решении простейших задач на сравнение чисел и доказательство неравенств; обучение созданию наглядных моделей рассматриваемых соотношений; формирование умения доказывать утверждения, опираясь на ранее доказанные теоремы и свойства.

Материал этого параграфа важен для последующего изучения решения неравенств с одним неизвестным и систем неравенств.

Воспроизведения доказательств от всех учащихся требовать не следует, но вместе с тем важно показать, что доказательство теорем 1—3 и следствий из них проводится по единому алгоритму, основанному на определении числового неравенства:

1) составляется разность между левой и правой частями доказываемого неравенства;
2) проводятся алгебраические преобразования с целью выяснения знака этой разности;
3) применяется определение числового неравенства.

Кроме того, полезно поработать с текстом теорем, выделив условие и заключение, которые обычно формулируются сразу после словесных формулировок теорем, но подчас воспринимаются учащимися как первые шаги доказательства.

Важным элементом формирования умения доказывать истинность того или иного утверждения является работа, приводящая учащихся к осознанию необходимости обосновывать каждый шаг в ходе доказательства. Желательно, чтобы выполнение упражнений **38—39**, **44—46**, **51—54** в классе сопровождалось устным пояснением выполняемых действий.

Примерная запись решения упражнения **39** (4):

Запись в тетради	**Устное пояснение**
Из $a + 1 > b$ и $b > 1$ следует, что $a + 1 > 1$.	По теореме 1.
Из $a + 1 > 1$ следует, что $a + 1 - 1 > 0$, откуда $a > 0$.	По определению числового неравенства.
Ответ. $a > 0$.	

Первый урок можно начать с повторения определения числового неравенства и выполнения вводных упражнений.

На этом уроке можно изучить доказательство теорем 1 и 2, следствие из теоремы 2 и выполнить часть упражнений **38—46**, обратив особое внимание на задания **39**, **44**, **45**.

На втором уроке доказать теорему 3 и следствие из неё, рассмотреть задачи 1 и 2 (решение этих задач для случая, когда дано неравенство со знаком $<$, можно предложить для самостоятельного решения отдельным учащимся).

Важным для всех учащихся на этом уроке является решение упражнений **47—50**. Желательно решить упражнения **51—53** и выполнить проверочную самостоятельную работу следующего содержания:

1. Доказать, что при любых значениях a верно неравенство
$3(a^2 + 2) > 3a^2$. [$2 - 3a^2 < 3(3 - a^2)$.]

2. Доказать, что:
1) если $4a - b > a + 2b$, то $a > b$;

2) если $a + 3b < 5a - b$, то $a > b$.

[1) если $6b - 5a < 2b - a$, то $b < a$;

2) если $3a + b < 10a - 6b$, то $a > b$.]

Перед выполнением упражнения **58** следует прочитать рубрику *Разговор о важном*.

Распределение учебного материала по урокам может быть следующим:

Номер урока	Теоретический материал	Задания		
		основные для работы в классе и дома	**для самостоятельной работы в классе**	**дополнительные**
1	§ 3, теоремы 1 и 2, следствие из теоремы 2	ВУ; № 38—46	№ 40, 42, 45 (3)	№ 55; ДМ № 4, 5
2	§ 3, теорема 3, следствие, задачи 1, 2	№ 47—53	№ 47 (3), 50 (3), 52 (3, 5); самостоятельная работа из текста пособия	№ 54, 56—58; ДМ № 7—8; разговор о важном (с. 23)

Другим вариантом изучения параграфа может быть, например, такой: на первом уроке рассмотреть подробно весь теоретический материал и провести его первичное закрепление, используя упражнения **40—43**, **47—50**; второй урок посвятить решению задач и выполнению проверочной самостоятельной работы.

В результате изучения параграфа все учащиеся должны уметь применять свойства числовых неравенств при выполнении упражнений типа **44**, **45**, **48**, **50** и отвечать на устные вопросы к параграфу.

Решение упражнений

55. 1) Может, так как $a - b > a + b$ тогда, когда $a - b - (a + b) > 0$, т. е. когда $-2b > 0$ или когда $b < 0$.

56. 1) Рассмотрим разность левой и правой частей неравенства: $a + \frac{1}{a} + 2 = \frac{a^2 + 2a + 1}{a} = \frac{(a+1)^2}{a} < 0$, так как $(a + 1)^2 > 0$ ($a \neq -1$ по условию), $a < 0$ по условию.

2) $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} - 2 = \frac{a^2 + b^2 - 2ab}{ab} = \frac{(a-b)^2}{ab} > 0$, так как по условию $ab > 0$ и $a \neq b$, т. е. $(a - b)^2 > 0$.

§ 4 Сложение и умножение неравенств (1/1 ч)

Цели изучения параграфа — формирование у учащихся умения складывать и умножать неравенства; демонстрация применения полученных знаний для решения прикладных задач и задач смежных дисциплин; обучение обоснованию индуктивных рассуждений.

Изучение материала провести в соответствии с текстом параграфа. К доказательству теорем 1 и 2 учащихся можно подготовить с помощью таких устных упражнений:

1. Дано: $a > 2$, $b > 7$.
Доказать, что $a + b > 9$.

Запись на доске	Устное пояснение учащихся
1. Если $a > 2$, то $a - 2 > 0$.	По определению числового неравенства.
2. Если $b > 7$, то $b - 7 > 0$.	По определению числового неравенства.
3. Сумма положительных чисел — положительное число: $(a - 2) + (b - 7) > 0$.	По свойству 1 положительных чисел.
4. Если $(a + b) - 9 > 0$, то $a + b > 9$, что и требовалось доказать.	По определению числового неравенства.

2. Дано: $a > 2$, $b > 7$.
Доказать: $ab > 14$.

Запись на доске	Устное пояснение учащихся
1. Если $a > 2$, то $a - 2 > 0$.	По определению числового неравенства.
2. Если $b > 7$, то $b - 7 > 0$.	По определению числового неравенства.
3. $ab - 14 = ab - 2b + 2b - 14 = b(a - 2) + 2(b - 7) > 0$.	Как сумма положительных чисел: так как $b > 0$ и $(a - b) > 0$, то $b(a - 2) > 0$; так как $2 > 0$ и $(b - 7) > 0$, поэтому $2(b - 7) > 0$.
4. Если $ab - 14 > 0$, то $ab > 14$, что и требовалось доказать.	По определению числового неравенства.

Теперь можно провести доказательства теорем 1 и 2, обратив особое внимание на краткую запись условия и заключения, например:

Теорема 1. Дано: $a > b$, $c > d$.
Доказать: $a + c > b + d$.

Воспроизведения доказательства от всех учащихся требовать не следует.

Результат задачи 1 будет необходим при изучении свойств квадратного корня, поэтому его должны знать все учащиеся.

Задача 2, так же как и упражнение **69**, показывает применение доказанных теорем при решении геометрических задач, поэтому желательно решить эти задачи на уроках (возможно, на одном из следующих).

До изучения теоретического материала параграфа в классе выполняются вводные упражнения, две задачи на доказательство (разобранные в пособии выше), выполняются устно упражнения **59** и письменно нечётные номера из упражнений **60—62**, **65—66**, задачи **63**, **67**. Для облегчения формирования навыков оформления доказательства неравенств учитель может часть упражнений заменить выполнением заданий № 7—9 из рабочих тетрадей. Дополнительно на уроке может быть рассмотрен материал рубрики *Разговор о важном* на с. 28 (демонстрирующий практическое применение полученных знаний). Для работы дома предлагаются чётные номера из упражнений **60—62**, **65—66** и задачи **64**, **68**. При наличии времени выполняются упражнения **69—72** и задания из дидактических материалов № 6—9. С учащимися, интересующимися математикой, решаются упражнения **73**, **74**.

В результате изучения параграфа все учащиеся должны отвечать на устные вопросы к параграфу, уметь применять теоремы сложения и умножения неравенств при выполнении упражнений типа **60**, **61**, **63**.

Решение упражнений

73. 1)

I способ.

Так как $a > b$, $a < 0$, $b < 0$, то $-a > 0$, $-b > 0$ и $-a < -b$. Пусть $n = 2k + 1$, где k — натуральное число или ноль. Тогда (по теореме 2) $(-a)^{2k+1} < (-b)^{2k+1}$, $(-1)^{2k+1}a^{2k+1} < (-1)^{2k+1}b^{2k+1}$, $(-1)^{2k+1} = -1$. Умножив обе части неравенства на -1, получим

$$a^{2k+1} > b^{2k+1}, \text{ т. е. } a^n > b^n.$$

II способ.

Так как $a < 0$, $b < 0$ и $a > b$, то $|a| < |b|$. По теореме 2 имеем $|a|^n < |b|^n$. Если $n = 2k + 1$, то $a^{2k+1} < 0$, $b^{2k+1} < 0$, и так как $|a|^{2k+1} < |b|^{2k+1}$, то $a^{2k+1} > b^{2k+1}$.

73. 2) Так как $a < 0$, $b < 0$, $a > b$, то $-a > 0$, $-b > 0$, $-a < -b$. Пусть $n = 2k$, где k — натуральное число. По теореме 2 имеем $(-a)^{2k} < (-b)^{2k}$, но $(-a)^{2k} = a^{2k}$, $(-b)^{2k} = b^{2k}$. Следовательно, $a^{2k} < b^{2k}$, т. е. $a^n < b^n$.

74. Так как $a^n > b^n$, $a > 0$, $b > 0$, то для чисел a и b возможны три случая: $a = b$, $a < b$, $a > b$. Если предположить, что $a = b$, $a > 0$, $b > 0$, то $a^n = b^n$ (по свойству числовых равенств), что противоречит условию. Если примем $a < b$, $a > 0$, $b > 0$, то (по теореме 2) $a^n < b^n$, что также противоречит условию. Следовательно, $a > b$.

§ 5 Строгие и нестрогие неравенства (1/1 ч)

Цели изучения параграфа — раскрытие смысла неравенств $a \geqslant b$ и $a \leqslant b$; перенос свойств строгих неравенств на нестрогие; обучение обобщениям и аналогиям; расширение математической лексики, её применение в прикладных аспектах; обучение опровержению высказываний.

Учащиеся должны понять, что все свойства неравенств, сформулированные в предыдущих параграфах, справедливы и для нестрогих неравенств. С этой целью следует проговаривать, что для строгого неравенства свойства были доказаны ранее, а для случая равенства применяются соответствующие свойства числовых равенств.

Термины «не больше», «не меньше» следует вводить постепенно, применяя параллельно с ними терминологию «меньше или равно», «больше или равно».

На уроке со всеми учащимися выполняются упражнения **75—80**. При этом следует особо обратить внимание на выполнение упражнений **79** и **80**; задание **77** можно предложить для самостоятельного решения. Дополнительно полезно решить задачи **83** (2, 5), условия которых кажутся учащимся очевидными, но требуют доказательства; их результаты применяются при доказательстве более сложных неравенств, например **815** (1, 3) (указания к решению приведены в конце учебника). Задания, аналогичные упражнениям **81—83** и № 12 из рабочих тетрадей, полезно решить и на последующих уроках.

В домашнюю работу следует включить знакомство всех учащихся с рубрикой *Диалог об истории* (с. 33). Учащимся, интересующимся математикой, желательно порекомендовать изучить содержание рубрики *Это интересно*, демонстрирующей межпредметные связи алгебры и геометрии.

В результате изучения параграфа все учащиеся должны отвечать на устные вопросы, сформулированные после параграфа, и выполнять упражнения типа **75, 76, 78**.

Решение упражнений

79. 1) Верно, так как если $a < b$, то $a + (-3) < b + (-3)$ по теореме 2 (§ 4); если $a = b$, то $a + (-3) = b + (-3)$.

3) Неверно, так как при $a = b$ неравенство $a + 2{,}5 < b + 2{,}5$ не является верным.

83. 2) $a + \frac{1}{a} \geqslant 2$,

$$a + \frac{1}{a} - 2 = \frac{a^2 - 2a + 1}{a} = \frac{(a-1)^2}{a} \geqslant 0,$$

так как $a > 0$ по условию, $(a - 1)^2 > 0$ при всех $a \neq 1$, $(a - 1)^2 = 0$ при $a = 1$.

3) $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} \geqslant 2$,

$$\frac{a}{b} + \frac{b}{a} - 2 = \frac{a^2 + b^2 - 2ab}{ab} = \frac{(a-b)^2}{ab} \geqslant 0,$$

так как $ab > 0$ по условию, $(a - b)^2 > 0$ при всех $a \neq b$, $(a - b)^2 = 0$ при $a = b$.

5) $\frac{1}{a} \geqslant \frac{1}{b}$,

$$\frac{1}{a} - \frac{1}{b} = \frac{b-a}{ab} \geqslant 0,$$

так как $ab < 0$ по условию, $b - a \leqslant 0$ ($a \geqslant b$ по условию).

§ 6 Неравенства с одним неизвестным (1/1 ч)

Цели изучения параграфа — введение понятий линейного неравенства с одним неизвестным и его решения; обучение аналогиям; формирование умения моделировать реальные явления; стимулирование творческой самостоятельной деятельности.

Урок можно начать с решения вводных упражнений. Линейное неравенство с одним неизвестным вводится по аналогии с линейным уравнением, о чём полезно сказать учащимся при объяснении нового материала. Изучение материала рекомендуется провести в соответствии с текстом параграфа. Задача на движение подводит учащихся к понятию линейного неравенства, но свойства неравенств с одним неизвестным ещё не изучены, поэтому не следует акцентировать внимание учащихся на переходе от неравенства $4x \geqslant 200$ к неравенству $x \geqslant 50$.

Хотя большее внимание следует уделить упражнениям **84—86**, полезно решить и задачи **87—89**. Подобные им задачи можно предложить учащимся составить самостоятельно.

При наличии времени можно со всеми учащимися разобрать диалог рубрики *Это интересно* «Неравенство треугольника и полив огорода» (с. 28).

В результате изучения параграфа все учащиеся должны знать, что называется решением неравенства, понимать, что значит решить неравенство, выполнять упражнения типа **84**, **85** и отвечать на устные вопросы к параграфу.

§ 7 Решение неравенств (3/3 ч)

Цели изучения параграфа — усвоение алгоритма решения неравенств с одним неизвестным; обучение анализу и синтезу; развитие логического мышления и навыков самоконтроля; обучение построению аналогий.

Ранее пройденный материал можно повторить с помощью вводных упражнений 1—3.

При решении неравенств с одним неизвестным, которые сводятся к линейным, используется алгоритм, аналогичный алгоритму решения уравнений с одним неизвестным.

С помощью рассуждений, проведённых при решении задачи 1, обосновываются основные свойства неравенств и намечается алгоритм решения неравенств с одним неизвестным.

Полезно напомнить школьникам, что аналогичные рассуждения помогли в своё время сформулировать свойства уравнений и алгоритм их решения. В ходе изучения этого параграфа можно повторить известный материал об уравнениях, используя, например, текст на с. 309 и вводное упражнение 4.

При выполнении упражнений к параграфу повторяются преобразования целых и дробных алгебраических выражений и действия с рациональными числами, поэтому в устную работу и домашние задания полезно включать упражнения на повторение в соответствии с уровнем математической подготовки класса.

В качестве дополнительных упражнений на повторение можно использовать, например, такие:

1. Значение суммы и разности одночленов $\frac{3}{2}x$ и $\frac{2}{3}x$ сравнить со значением x, если:

а) $x > 0$; б) $x < 0$.

2. Найти сумму, разность и произведение двучленов $2x - 3$ и $3x - 2$.

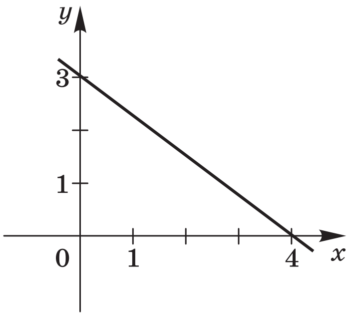

Рис. 1

3. Решить уравнение:

а) $3x - 1 = 2x$; б) $-2x = 3x + 1$; в) $3(x - 1) = 2x$.

4. На рисунке 1 изображён график функции $y = kx + b$. С помощью графика решить:

а) уравнение $y = 0$;

б) неравенство $y > 0$; $y \leqslant 0$.

В зависимости от уровня математической подготовки класса можно решать устно или письменно упражнения **90**, **91**, **94** (1, 2), **95** (1, 2), **105** (1, 2), **106** (1, 2).

Можно предложить два способа распределения учебного материала по урокам.

I способ.

На первом уроке изучить задачи 1 и 2, познакомить со свойствами и алгоритмом решения неравенств, обратив внимание на упражнения **92**, **93**, **96**, **97**, **108**, для самостоятельного решения можно предложить упражнения **94—95**, начиная с третьего задания.

Второй урок посвятить изучению задач 3—5 и выполнению упражнений, в частности **98**, **100—102**, **109**, **110**, а также решению практических задач 1 и 3. Желательно, чтобы учащиеся могли самостоятельно выполнить упражнение **100** (1, 2).

На третьем уроке рассмотреть часть упражнений **103—107**, **111**, **112**, практическую задачу 7 и провести проверочную самостоятельную работу на 10—15 мин:

Решить неравенство:

1) $3x - 7 < 4(x + 2)$; 2) $\frac{x-1}{2} + \frac{x+1}{3} \geqslant 7$;

3) $(x - 3)(x + 2) - (x - 3)^2 > 15x - 10$.

[1) $7 - 6x \geqslant \frac{1}{3}(9x - 1)$; 2) $\frac{2x-5}{4} - \frac{3-2x}{5} < 1$;

3) $(x + 3)(x - 2) - (x - 2)^2 < 6x - 9$.]

II способ.

На первом уроке рассмотреть весь материал параграфа и выполнить 1—2 задания из упражнений **96**, **98**, **102**; второй и третий уроки посвятить решению задач (в частности, из дидактических материалов № 10—13) и выполнению проверочной самостоятельной работы.

В качестве дополнительных упражнений можно использовать задачи **113—116**, **193**, **194**, а после изучения рубрики *Шаг вперёд* (с. 45) — решить неравенства с параметром, предложенные в диалоге.

В результате изучения параграфа все учащиеся должны научиться решать неравенства, аналогичные предложенным в упражнениях **99, 102**.

Решение упражнений

113. Пусть скорость велосипедиста x км/ч, тогда $3x$ км — расстояние, которое проедет велосипедист за 3 ч. Пешеход за 3 ч пройдёт $4 \cdot 3 = 12$ (км). Следовательно, велосипедист за 3 ч должен проехать не менее $60 - 12 = 48$ (км), чтобы встретиться с пешеходом. Можно составить неравенство $3x \geqslant 48$, откуда $x \geqslant 16$.

О т в е т. Скорость велосипедиста должна быть не менее 16 км/ч.

114. К моменту выезда третьего велосипедиста, т. е. за 10 мин, первый велосипедист проедет $30 \cdot \frac{1}{6} = 5$ (км), и ему останется преодолеть $155 - 5 = 150$ (км), что он может сделать за $150 : 30 = 5$ (ч).

Пусть x км/ч — скорость третьего велосипедиста, тогда к финишу он приедет через $\frac{155}{x}$ ч, что должно быть меньше 5 ч, т. е. $\frac{155}{x} < 5$, $155 < 5x$ $(x > 0)$, $x > 31$.

О т в е т. Третий велосипедист должен двигаться со скоростью, большей 31 км/ч.

193. Пусть скорость катера относительно воды составляет x км/ч, тогда его скорость по течению реки равна $(x + a)$ км/ч, а против течения реки $(x - a)$ км/ч. Если принять расстояние между пристанями за 1, то путь по течению реки катер должен преодолеть за $\frac{1}{x + a}$ ч, а путь против течения за $\frac{1}{x - a}$ ч, причём скорость катера, чтобы он мог двигаться против течения, должна быть больше скорости течения, т. е. $x > a$. Чтобы пройти путь по течению по крайней мере в 3 раза быстрее, чем против течения, время движения $\frac{3}{x + a}$ должно быть не больше $\frac{1}{x - a}$, т. е. должно выполняться неравенство $\frac{1}{x - a} \geqslant \frac{3}{x + a}$.

Решим это неравенство:

$$\frac{1}{x - a} - \frac{3}{x + a} \geqslant 0, \quad \frac{x + a - 3x + 3a}{(x - a)(x + a)} \geqslant 0, \quad \frac{4a - 2x}{(x - a)(x + a)} \geqslant 0.$$

Умножим обе части неравенства на положительное число $(x-a)(x+a)$, тогда $4a-2x \geqslant 0$, $2x \leqslant 4a$, $x \leqslant 2a$.

Ответ. Скорость катера относительно воды должна быть больше a км/ч, но не больше $2a$ км/ч.

194. В 5 л 30 %-ного раствора содержится $5 \cdot 0{,}3 = 1{,}5$ (л) кислоты. Пусть x л — количество 70 %-ного раствора кислоты, которую вливают в первый раствор. В x л раствора содержится $0{,}7x$ л кислоты. Таким образом, при сливании в новом растворе будет содержаться $(1{,}5 + 0{,}7x)$ л кислоты, а количество самого раствора составит $(5 + x)$ л. Чтобы новый раствор содержал не менее 60 % кислоты, должно выполняться неравенство $1{,}5 + 0{,}7x \geqslant 0{,}6(5 + x)$, откуда

$$1{,}5 + 0{,}7x \geqslant 3 + 0{,}6x,$$

$$0{,}1x \geqslant 1{,}5,$$

$$x \geqslant 15.$$

Ответ. Нужно влить не менее 15 л раствора.

§ 8 Системы неравенств с одним неизвестным. Числовые промежутки (1/1 ч)

Цели изучения параграфа — знакомство учащихся с понятием системы неравенств с одним неизвестным, решением системы неравенств и его записью с помощью числовых промежутков; расширение символьного языка, обучение переходу от одной символической записи к другой; обучение моделированию реальных процессов.

Повторение ранее изученного материала проводится с помощью вводных упражнений к этому параграфу и устных вопросов и заданий к предыдущим параграфам.

Изучение нового учебного материала рекомендуется вести в соответствии с текстом параграфа. Понятие системы неравенств с одним неизвестным можно ввести, используя задачу текста или выполняя следующие упражнения (опираясь на свойства чисел и свойства неравенств):

1. Найти такие значения x, при которых выражение $(3x-9)(4-2x)$ положительно (отрицательно).
2. При каких x значение алгебраической дроби $\frac{2x-4}{5x+10}$ положительно (отрицательно)?

Следует обратить внимание учащихся на то, что неравенства рассматриваются совместно (образуют систему) потому, что требуется найти значения одного и того же неизвестного, удовлетворяющие каждому неравенству.

Заучивать сразу названия всех видов числовых промежутков нет необходимости (любой из них можно называть просто *промежутком*). Важно, что на начальном этапе учащиеся впервые знакомятся с записью и изображением множества чисел, и поэтому они должны уметь записывать числовой промежуток, соответствующий неравенству, и изображать соответствующие промежутки на числовой оси.

Наиболее важными на этом уроке являются упражнения **120—123**, но желательно рассмотреть и **126**, **127**. Дополнительно выполняется упражнение **128** и № 11 из рабочей тетради, а также № 6, 7 из дидактических материалов. На этом и следующих уроках желательно решать практические и прикладные задачи, приведённые в конце главы.

Материал рубрики *Шаг вперёд* (с. 52) желательно рассмотреть в ознакомительном плане со всеми учащимися либо на этом, либо на одном из следующих трёх уроков (он является пропедевтикой изучения систем неравенств в 9 классе). До рассмотрения материала этой рубрики можно выполнить задание № 10 из рабочей тетради.

На этом уроке учащимся желательно определиться с выбором темы *исследовательской работы* (список тем предложен в конце главы).

В результате изучения параграфа все учащиеся должны отвечать на устные вопросы к параграфу и уметь выполнять упражнения типа **118—120**.

§ 9 Решение систем неравенств (3/4 ч)

Цели изучения параграфа — обучение решению простейших систем неравенств с одним неизвестным; обучение созданию моделей, в частности наглядных моделей математических объектов; формирование вариативности мышления.

В тексте учебника на конкретных примерах для решения систем неравенств рассматривается следующий алгоритм:

1) решить каждое из неравенств системы;
2) изобразить множество решений каждого неравенства на числовой оси;
3) найти на числовой оси все точки (если такие существуют), которые принадлежат множеству решений как первого неравенства, так и второго, и записать полученное множество с помощью неравенств или обозначений промежутков.

Графическая иллюстрация является важным элементом формирования понятия решения системы неравенств, поэтому она должна обязательно присутствовать в каждом решении при выполнении упражнений к параграфу. В дальнейшем, если учащиеся могут найти решение системы без графической иллюстрации, её можно опустить.

В ходе выполнения упражнений **142—148** учащиеся знакомятся с созданием новой для них математической модели: составлением системы неравенств для решения текстовых задач и исследования функций. Важно нацелить учащихся на поиск и выделение условия, ведущего к созданию именно этой модели: ищутся значения одной и той же искомой величины, ограниченные конкретными числами.

Дополнительно к вводным упражнениям на этих уроках полезно использовать задания на выполнение арифметических действий с рациональными числами, решение простейших неравенств (типа упражнений **90**, **91**) и, например, такие задания:

1. Найти целые числа, являющиеся решением системы неравенств:

1) $\begin{cases} x > -1, \\ x < 3; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x \leqslant 2,5, \\ x > 0; \end{cases}$ 3) $\begin{cases} x < 1,5, \\ x > -1. \end{cases}$

2. Записать двойное неравенство, соответствующее числовому промежутку:

1) $[0; 5]$; 2) $[-2; 1]$;

3) $(-7; 3]$; 4) $(-2; 2)$.

3. Как называется каждый из указанных на рисунке промежутков?

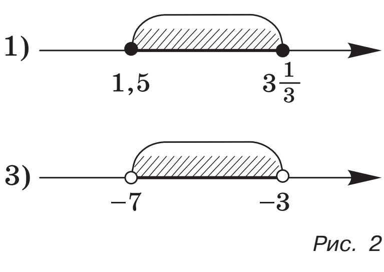

Рис. 2

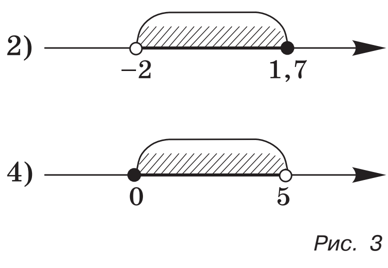

Рис. 3

4. У Пети меньше друзей, чем у Саши, но больше, чем у Андрея. Сколько может быть друзей у Пети, если у Саши их 15, а у Андрея их 12?

5. Упражнение **127** (оно подготовит учащихся к решению задач **142—143**).

На последнем уроке по теме желательно провести проверочную самостоятельную работу (на 15 мин):

Решить систему неравенств:

1) $\begin{cases} 3x \geqslant 9, \\ 0{,}5x > 2; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 7x - 2 \leqslant 2x + 4, \\ 5x - 1 \leqslant 6x + 2; \end{cases}$

---

3) $\begin{cases} 2(2x + 1) + x > 3(x - 1) + 4, \\ \dfrac{2x - 1}{3} \geqslant \dfrac{3x - 2}{4}. \end{cases}$

[1) $\begin{cases} 0{,}3x \leqslant 3, \\ 2x \leqslant -26; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 5x + 3 \leqslant x + 7, \\ 2x - 3 \leqslant 3x - 1; \end{cases}$

---

3) $\begin{cases} 5 + 3(x - 1) < 5(x + 3) + x, \\ \dfrac{x + 3}{2} \geqslant \dfrac{2x + 7}{5}. \end{cases}$]

Решение системы 3 неравенств с одним неизвестным из I варианта самостоятельной работы можно записать так:

1) $2(2x + 1) + x > 3(x - 1) + 4,$

$$4x + 2 + x > 3x - 3 + 4,$$

$$5x + 2 > 3x + 1,$$

$$2x > -1,$$

$$x > -\frac{1}{2};$$

2) $\dfrac{2x - 1}{3} \geqslant \dfrac{3x - 2}{4},$

$$4(2x - 1) \geqslant 3(3x - 2),$$

$$8x - 4 \geqslant 9x - 6,$$

$$-x \geqslant -2,$$

$$x \leqslant 2.$$

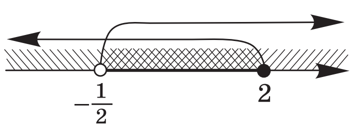

Рис. 4

Ответ. $-\dfrac{1}{2} < x \leqslant 2.$

Изучение рубрики *Шаг вперёд* о решении двойного неравенства можно провести на одном из уроков по теме вместе со всеми учащимися класса, после чего предложить оформить самостоятельно решение следующих двойных неравенств: 1) $-5 < 3x + 1 < 2$; 2) $-7 < 3 - 2x \leqslant 5$.

Распределение учебного материала по урокам может быть следующим:

Номер урока	Теоретический материал	Задания		
		основные для работы в классе и дома	**для самостоятельной работы в классе**	**дополнительные**
1	§ 9, задачи 1 и 2	ВУ; № 129—136; ПЗ № 2	№ 133 (3), 134 (3)	№ 141, 144
2	§ 9, задачи 3 и 4	№ 137—140, 179; ПЗ № 4, 5	№ 137 (3), 140 (3)	№ 147; шаг вперёд (с. 60); ДМ № 6
3	§ 9	№ 142, 143, 145, 146, 185; ПЗ № 6	Самостоятельная работа из текста пособия	№ 148, 187; ДМ № 9, 10; РТ № 9

В результате изучения параграфа все учащиеся должны уметь решать системы неравенств с одним неизвестным типа тех, которые представлены в упражнениях **135—136,** и выполнять устные задания, сформулированные после параграфа.

Решение упражнений

147. В 8 л 60 %-ного раствора содержится 4,8 л кислоты. Пусть добавили x л 20 %-ного раствора (в нём содержится $0{,}2x$ л кислоты). Тогда в $(8 + x)$ л содержится $(4{,}8 + 0{,}2x)$ л кислоты. По условию задачи смесь должна содержать не больше 40 % и не меньше 30 % кислоты, т. е.

$$\begin{cases} 4{,}8 + 0{,}2x \leqslant 0{,}4(8 + x), \\ 4{,}8 + 0{,}2x \geqslant 0{,}3(8 + x), \end{cases}$$

откуда $8 \leqslant x \leqslant 24$.

Ответ. Можно влить не меньше 8 л, но не больше 24 л.

148. Пусть x кг — количество риса, которое нужно взять для получения крахмала, $4x$ кг — количество ячменя. В рисе содержится $0{,}75x$ кг крахмала, в ячмене — $4x \cdot 0{,}6 = 2{,}4x$ (кг) крахмала. Чтобы получить крахмала больше 63 кг, число $(0{,}75x + 2{,}4x)$ должно быть больше 63, т. е. $0{,}75x + 2{,}4x > 63$, но не больше 126, т. е. $0{,}75x + 2{,}4x \leqslant 126$. Эти неравенства образуют систему

$$\begin{cases} 0{,}75x + 2{,}4x > 63, \\ 0{,}75x + 2{,}4x \leqslant 126, \end{cases} \text{ откуда } \begin{cases} x > 20, \\ x \leqslant 40. \end{cases}$$

О т в е т. Риса нужно брать больше 20 кг, но не больше 40 кг, ячменя больше 80 кг, но не больше 160 кг.

190. Пусть x деталей в день — производительность труда одного рабочего, тогда $8x$ деталей в день — производительность труда бригады. За 5 дней бригада изготовила менее 300 деталей, т. е. $8x \cdot 5 < 300$. За 10 дней бригада изготовила более 500 деталей, т. е. $8x \cdot 10 > 500$.

Можно составить систему неравенств, так как в полученных неравенствах x обозначает одно и то же число:

$$\begin{cases} 40x < 300, \\ 80x > 500. \end{cases}$$

1) $40x < 300$,
$x < 7{,}5$;

2) $80x > 500$,
$x > 6\frac{1}{4}$.

$$6\frac{1}{4} < x < 7{,}5.$$

Но количество деталей должно выражаться целым числом, поэтому $x = 7$.

О т в е т. 7 деталей в день.

§ 10 Модуль числа. Уравнения и неравенства, содержащие модуль (2/3 ч)

Ц е л и и з у ч е н и я п а р а г р а ф а — знакомство с решением уравнений и неравенств, содержащих неизвестное под знаком модуля; обучение выбору наиболее эффективных способов решения задач.

В курсе математики 5—6 классов учащиеся познакомились с понятием модуля числа и его геометрической интерпретацией. В этом параграфе даётся строгое определение модуля числа, и применяется это определение при решении уравнений; рассматривается геометрический смысл модуля числа, который используется при решении неравенств.

Такой подход к изучению теоретического материала выбран не случайно: он упрощает формирование умения решать уравнения и неравенства, содержащие модуль. Однако если учащиеся решат упражнение **168**, то они смогут применить геометрическую интерпретацию при решении уравнений типа $|x - a| = c$, где $c \geqslant 0$, рассуждая, например, так: если $|x - 5| = 7$, то расстояние от точки 5 до точки x должно быть равно 7, таких точек на числовой оси две — точка 12 и точка -2, следовательно, $x_1 = 12$, $x_2 = -2$ (рис. 5).

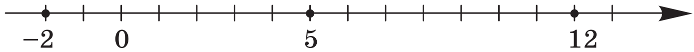

Рис. 5

От всех учащихся проведения подобных рассуждений требовать не следует.

Оформлять решение задач, аналогичных задаче 3, можно как с помощью системы неравенств, так и с помощью двойного неравенства:

I способ
оформления решения неравенства

$$|3x - 2| < 10$$

$$\begin{cases} 3x - 2 > -10, \\ 3x - 2 < 10; \end{cases}$$

$3x - 2 > -10$, $\quad 3x - 2 < 10$,

$3x > -8$, $\quad 3x < 12$,

$x > -2\frac{2}{3}$; $\quad x < 4$.

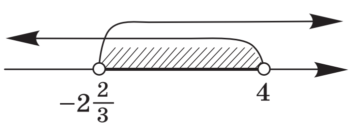

Рис. 6

Ответ. $-2\frac{2}{3} < x < 4$.

II способ
оформления решения неравенства

$$|3x - 2| < 10$$

$$-10 < 3x - 2 < 10,$$

$$-10 + 2 < 3x < 10 + 2,$$

$$-8 < 3x < 12,$$

$$-2\frac{2}{3} < x < 4.$$

Оформить решения задач, аналогичных задаче 4, можно короче, чем это показано в учебнике. Например, решение неравенства $|10 - 3x| \geqslant 1$ можно записать так:

1) $10 - 3x \geqslant 1$,

$-3x \leqslant -9$,

$x \leqslant 3$;

2) $10 - 3x \leqslant -1$,

$-3x \leqslant -11$,

$x \geqslant 3\frac{2}{3}$.

Ответ. $x \leqslant 3$, $x \geqslant 3\frac{2}{3}$.

Рекомендуется обратить внимание учащихся на последние два абзаца текста параграфа, в связи с чем можно рассмотреть решение неравенств:

$$1)\ |x| \leqslant 0;\quad 2)\ |x-2| \leqslant 0;\quad 3)\ |x| < -3;$$
$$4)\ |x+3| \geqslant 0;\quad 5)\ |5x-4| \geqslant -6.$$

Рубрику *Это интересно* желательно рассмотреть со всеми учащимися класса или включить её изучение как обязательное задание в домашнюю работу. После рассмотрения этого материала можно предложить решить следующие неравенства:

$$1)\ |5x+2| \leqslant -|4-y|;\quad 2)\ |x| + |2y-3| + |7-z| \leqslant 0.$$

Распределение учебного материала по урокам может быть таким:

Номер урока	Теоретический материал	Задания		
		основные для работы в классе и дома	для самостоятельной работы в классе	дополнительные
1	§ 10 полностью	ВУ; № 149—152, 154—156	№ 152 (3)	№ 163, 168; это интересно (с. 67); ДМ № 13
2	§ 10	№ 153, 157—162, 164	№ 158 (1, 3), 159 (1, 3), 162 (3, 4); тест 1	№ 166—167, 195, 196; ДМ № 12; РТ № 10

В результате изучения параграфа все учащиеся должны уметь отвечать на устные вопросы и выполнять устные задания, приведённые в конце параграфа, а также уметь решать уравнения типа **152, 154—156**.

Решение упражнений

168. Если $b > a$, то расстояние между точками b и a равно $b - a$; если $b < a$, то расстояние равно $a - b$; если число $a = b$, то $a - b = 0$, что соответствует определению модуля числа $|a - b|$.

195. Пусть $a \leqslant x \leqslant b$, тогда $x - a \geqslant 0$ и $|x - a| = x - a$, а $x - b \leqslant 0$ и $|x - b| = b - x$. Так как $|x - a| = |x - b|$ по условию, то $x - a = b - x$ и $2x = b + a$, $x = \frac{b+a}{2}$.

196. 1) Так как $|x + 1| = |x - 2|$, то, используя результат решения упражнения **195**, имеем $x = \frac{-1+2}{2}$, $x = \frac{1}{2}$;

2) $|x - 5| = |x - 8|$, $x = \frac{5+8}{2}$, $x = 6{,}5$.

Урок обобщения знаний и представления исследовательских работ (1/2 ч)

В ходе урока рекомендуется напомнить учащимся, что они научились решать уравнения, используя свойства чисел и определение модуля числа **(170, 171, 182)**, решать неравенства и системы неравенств **(178, 179)**, доказывать неравенства, используя свойства числовых неравенств **(173, 174)**. Если уровень подготовки учащихся высокий, желательно на этом уроке выполнить комбинированные упражнения **185**, **186**, **187**, **191**, **192**.

На этом уроке можно разобрать практические и прикладные задачи, которые не были решены в ходе изучения главы; проанализировать результаты выполненного накануне *теста 1*.

Желательно представить лучшие *исследовательские работы*, выполненные учащимися по изучаемой тематике, обсудить их и оценить.

Решение упражнений и практических задач

191. Пусть в автобусе x мест. Тогда по условию $\begin{cases} 8x > 185, \\ 15x < 370, \end{cases}$ откуда $\begin{cases} x > 23\frac{1}{8}, \\ x < 24\frac{2}{3}. \end{cases}$ Так как x — натуральное число, то только $x = 23$ удовлетворяет полученной системе.

Ответ. 23 места.

Замечание. По условию задачи можно записать и такую систему:

$$\begin{cases} x \in \boldsymbol{N}, \\ 8x > 185, \\ 15x < 370. \end{cases}$$

192. 1) Замечание. Решение этой задачи — пропедевтика изучения темы «Логика», которая будет рассматриваться в 9 классе. Формулировка данного задания должна быть пояснена учащимся следующим образом. Нужно доказать, что: 1) если $2b - a < 3a - 2b$, то $a > b$;

2) если $a > b$, то $2b - a < 3a - 2b$. Докажем первое условие: если $2b - a < 3a - 2b$, то $2b - (-2b) < 3a - (-a)$, т. е. $4b < 4a$, откуда $b < a$ или $a > b$. Докажем второе условие: если $a > b$, то $4a > 4b$, прибавив к обеим частям последнего неравенства $-a - 2b$, получим $4a - a - 2b > 4b - a - 2b$, т. е. $3a - 2b > 2b - a$ или $2b - a < 3a - 2b$, что и требовалось доказать.

ПЗ № 3. Пусть x мин — время разговора, тогда задача сводится к решению неравенства $400 + 0{,}2x \leqslant 700$, откуда $x \leqslant 1500$.

Ответ. 1500 мин (или 25 ч).

ПЗ № 9. Если $2 \leqslant V \leqslant 6$, то $4 \leqslant V^2 \leqslant 36$. Если $0{,}5 \leqslant R \leqslant$ $\leqslant 1$, то $1 \leqslant \frac{1}{R} \leqslant 2$; $a_ц = V^2 \cdot \frac{1}{R}$, поэтому $4 \cdot 1 \leqslant a_ц \leqslant 36 \cdot 2$, т. е. $4 \leqslant a_ц \leqslant 72$.

Контрольная работа № 1

1. Решить неравенство:

1) $7x - 3 > 9x - 8$; 2) $\frac{4 + 3x}{3} - \frac{x}{6} \leqslant 1$.

[1) $6x - 9 < 8x + 2$; 2) $\frac{x}{2} - \frac{2x - 3}{8} \geqslant 1$.]

2. Доказать, что неравенство
$(a + 3)(a - 5) > (a + 5)(a - 7)$ [$(a - 5)(a + 3) < (a + 1)(a - 3)$] верно при любых значениях a.

3. Решить систему неравенств

$\begin{cases} 2x - 15 < 0, \\ 12 - 3x < 0. \end{cases}$ $\left[\begin{cases} 5x - 8 > 0, \\ 12 - 2x > 0. \end{cases}\right]$

4. Найти все целые числа, являющиеся решениями неравенства

$|3x - 8| \leqslant 1$. [$|5x + 2| \leqslant 3$.]

5. Длина прямоугольника больше 10 см, а ширина в 2,5 раза меньше длины. Доказать, что периметр прямоугольника больше 28 см.
[Одна из сторон параллелограмма меньше 5 см, а другая в 4 раза больше её. Доказать, что периметр параллелограмма меньше 50 см.]

ГЛАВА

II Приближённые вычисления (18/18 ч)

Эта глава содержит два тесно связанных между собой раздела: погрешность приближения значений различных величин (в частности, чисел) и вычисления на микрокалькуляторе (МК).

Данная глава курса алгебры имеет важное значение для вычислений и реализации межпредметных связей с курсами геометрии, физики и др. Особое значение эта тема имеет для повседневной практики вычислений (заметим, что почти все продавцы, менеджеры, экономисты пользуются калькуляторами в своей работе).

Раздел, связанный с теорией приближённых вычислений, обобщает и систематизирует знания школьников о приближении и округлении чисел, полученные ими в предыдущих классах.

Так, более обстоятельно рассматривается вопрос о погрешности вычислений. Естественно, что погрешность приближения оценивается разностью между истинным значением величины и её приближённым значением. Однако эта разность может иметь разные знаки, и поэтому приходится использовать понятие модуля.

Известные учащимся правила округления чисел обосновываются тем, что абсолютная погрешность приближения должна быть наименьшей.

Относительная погрешность приближения используется тогда, когда сравниваются приближения разных величин. Эта погрешность тесно связана с отношением чисел (в частности, с процентным отношением чисел).

Важный для практики вопрос о стандартном виде числа с должной полнотой (для любых целых показателей степеней числа 10) рассматривается при изучении второй части этой главы, посвящённой вопросам вычислений на МК.

Использование МК облегчает рассмотрение арифметических действий над приближёнными числами с учётом десятичных знаков и значащих цифр. Применение МК существенно облегчает вычисления в затруднительных случаях: вычисления с многозначными числами, вычисление значений степеней и корней чисел, нахождение корней квадратных уравнений с «неудобными» коэффициентами, вычисление значений некоторых функций и др.

Работа с МК знакомит учащихся с логикой программирования, особенно при вычислениях с использованием ячейки памяти. Таким образом учащиеся применяют начальные понятия информатики: алгоритмы, вычислительные программы, блок-схемы и т. п.

Предметными целями изучения главы II являются:

- осознание значения математики в повседневной жизни и практической деятельности человека;
- формирование представления об исторических факторах становления математической науки и вычислительной техники;
- формирование представлений о математике как универсальном языке науки, позволяющем описывать реальные процессы и явления;
- обучение применению математических знаний в решении практических задач и оценке полученных результатов;
- развитие представлений о числе, овладение навыками письменных и инструментальных вычислений;
- формирование умения моделировать реальные процессы и явления на языке алгебры, интерпретировать полученные результаты; применять полученные знания в смежных дисциплинах.

Метапредметные цели:

- формирование информационной и алгоритмической культуры, алгоритмического мышления;
- развитие мотивов и интересов познавательной деятельности;
- развитие умений соотносить свои действия с планируемыми результатами, контролировать и корректировать свою деятельность;
- формирование умений определять понятия, устанавливать аналогии и причинно-следственные связи, делать выводы;
- формирование компетентности в области использования вычислительной техники.

Личностные цели:

- формирование способности к самообразованию и саморазвитию, к выбору дальнейшей индивидуальной траектории образования;
- формирование целостного мировоззрения, соответствующего современному уровню развития науки и техники;
- формирование коммуникативной компетентности в общении и сотрудничестве со сверстниками и взрослыми людьми в процессе учебной и исследовательской деятельности.

В результате изучения главы II все учащиеся должны усвоить понятие погрешности приближения и способы её оценки, узнать правило округления чисел и технику простейших вычислений на МК, усвоить практические приёмы приближённых вычислений, научиться выполнять упражнения типа **199, 200, 208, 209, 221, 229, 230, 253, 296,** а также упражнения из рубрики *Проверь себя!* (I уровень).

§ 11 Приближённые значения величин. Погрешность приближения (2/2 ч)

Цели изучения параграфа — знакомство учащихся с происхождением приближённых значений чисел, величин и обучение нахождению абсолютной погрешности приближения; демонстрация применения математических знаний к решению прикладных задач; развитие интересов познавательной деятельности.

Изучение темы желательно начать с беседы о роли теории приближённых вычислений в практической деятельности человека. С этой целью можно использовать материал введения к главе.

При изучении данного и следующего параграфов желательно решать устно, например, такие неравенства:

$$12x > -36; \ \frac{x}{4} \geqslant 7; \ -13x \leqslant 26;$$

$$x - 2{,}25 \leqslant \frac{3}{4}; \ -3\frac{1}{3}x > 10; \ -\frac{x}{3} < 4;$$

$$1 - x > 3; \ |x| < 2; \ |x| > 4; \ |x - 3| < 1.$$

После выполнения вводных упражнений к параграфу изучение учебного материала на первом уроке рекомендуется вести в соответствии с текстом учебника. Первую часть текста до задачи 1 можно предложить разобрать самостоятельно по учебнику и выяснить степень усвоения материала путём обсуждения всех примеров и используя упражнение **197.**

После объяснения задачи 1 выполнить задание **198,** ввести понятие абсолютной погрешности приближения и закрепить его понимание с помощью разбора решений задач 2 и 3 текста параграфа и упражнений.

На втором уроке, кроме заданий **202—203,** целесообразно рассмотреть упражнения, которые позволяют глубже изучить понятие погрешности приближения.

Например:

1. Погрешность приближения числа x числом a равна b, найти:

1) x, если $a = 5{,}24$, $b = 0{,}02$;

2) x, если $a = 5\frac{2}{7}$, $b = \frac{5}{7}$;

3) a, если $x = -4{,}32$, $b = 0{,}05$;

4) a, если $x = -7\frac{5}{9}$, $b = \frac{5}{9}$.

2. Найти число x, если погрешность его приближения числом 5 в 10 раз меньше числа x.

3. Пусть y — погрешность приближения числа $\frac{7}{9}$ числом 0,78. Найти погрешность приближения числа y числом 0,1.

Желательно на уроке разобрать решение упражнения **203**, сопроводив его рассмотрением диалога о графическом способе решения уравнений из рубрики *Разговор о важном*.

Распределение учебного материала по урокам может быть следующим:

Номер урока	Теоретический материал	Задания: основные для работы в классе и дома	Задания: для самостоятельной работы в классе	Задания: дополнительные
1	§ 11	ВУ; № 197—202	№ 199 (3), 201 (3)	ДМ № 4; № 205
2	§ 11	ДМ № 2, 3; № 203; ДМ № 5; № 204	ДМ № 1	Разговор о важном (с. 79); № 206; ДМ № 6; РТ № 7, 8

В результате изучения параграфа все учащиеся должны знать определение понятия абсолютной погрешности и уметь её находить при выполнении упражнений типа **199—201**.

Решение упражнений

205. $a = 2{,}4$, $|x - 2{,}4| < 0{,}1$;

$-0{,}1 < x - 2{,}4 < 0{,}1$,

$2{,}3 < x < 2{,}5$.

Ответ. $2{,}3 < x < 2{,}5$.

206. $a = 7{,}43$, $|x - 7{,}43| < 0{,}01$;
$-0{,}01 < x - 7{,}43 < 0{,}01$,
$7{,}42 < x < 7{,}44$.
О т в е т. $7{,}42 < x < 7{,}44$.

§ 12 Оценка погрешности (2/2 ч)

Ц е л и и з у ч е н и я п а р а г р а ф а — знакомство учащихся с понятием оценки точности приближения и обучение нахождению приближённых значений чисел с недостатком и с избытком при заданной точности приближения; демонстрация применимости понятия точности приближения при решении прикладных задач.

В начале п е р в о г о урока следует повторить материал, сформулированый в рубрике *Нужно вспомнить*, используя вводные упражнения параграфа, а также задания:

1. Записать в виде двойного неравенства:

1) $|x - 2| \leqslant 3$; 2) $|4 - x| \leqslant 2$.

2. Записать в виде неравенства, содержащего модуль:

1) $-2 \leqslant x \leqslant 2$; 2) $-3 \leqslant x + 1 \leqslant 3$; 3) $-1 \leqslant 3 - x \leqslant 1$.

Следует обратить внимание учащихся на тот факт, что переход от неравенства $|x - a| \leqslant h$ к двойному неравенству $a - h \leqslant x \leqslant a + h$ даёт возможность определить значения данной величины с недостатком и избытком. Учащиеся должны понимать, что записи $|x - a| \leqslant h$, $a - h \leqslant x \leqslant a + h$ и $x = a \pm h$ эквивалентны, но каждая из них имеет свою особенность:

- запись $|x - a| \leqslant h$ подчёркивает тот факт, что абсолютная погрешность числа a не превосходит h;
- запись $a - h \leqslant x \leqslant a + h$ указывает, что истинное значение величины x заключено между её приближёнными значениями с недостатком и с избытком;
- запись $x = a \pm h$ выделяет величину точности измерения (приближения); эта запись не является равенством в общепринятом смысле (что следует из способа её прочтения: «x равно a с точностью до h»), но чаще других используется в практике.

При изучении материала параграфа полезно рассказать учащимся о таком производственном термине, как «допуск», попросить их найти показатели точности измерения некоторых приборов, выписать их и пояснить свою запись на примерах. Целесообразно предложить одному из учащихся сделать сообщение о точности измерительных приборов, имеющихся в кабинете физики или в производственных мастерских.

Можно провести на одном из уроков небольшую практическую работу по измерению разными учащимися, например, ширины (в мм) одной и той же тетради с помощью одной и той же линейки. Установить промежуток, которому принадлежат все замеры; выбрать в качестве приближённого значения либо среднее арифметическое всех измерений, либо середину отрезка, которому принадлежат все результаты измерений (аналогично тому, как это сделано в задаче 1 параграфа).

При изучении этого параграфа полезно решить и такую задачу:

Найти такие значения a и h, чтобы запись $x = a \pm h$ означала, что $8{,}01 \leqslant x \leqslant 8{,}03$.

Решение.

$$\begin{cases} a + h = 8{,}03, \\ a - h = 8{,}01, \end{cases}$$

$2a = 16{,}04,$

$a = 8{,}02,$

$h = 0{,}01.$

Диалог об истории желательно рассмотреть с учащимися на первом уроке, а *Разговор о важном* предложить изучить дома и подобрать другие примеры практических ситуаций с заранее известными точностями измерений.

Распределение учебного материала по урокам может быть следующим:

Номер урока	Теоретический материал	Задания		
		основные для работы в классе и дома	для самостоятельной работы в классе	дополнительные
1	§ 12	№ 207—209, 213—215; ДМ № 2, 3; ПЗ № 6	№ 209 (1, 3)	Диалог об истории (с. 84); ДМ № 1, 4
2	§ 12	№ 210—212, 216—219; ДМ № 5, 8	Практическая работа; № 212 (3)	Разговор о важном (с. 84); ДМ № 6, 7; РТ № 8

В результате изучения параграфа все учащиеся должны усвоить смысл записи $x = a \pm h$, отвечать на устные вопросы к параграфу и уметь выполнять упражнения типа **208, 209.**

Решение упражнений

219. 100 г = 100 000 мг, 2 г = 2000 мг, масса тела равна 102 110 мг, точность измерения 10 мг.

§ 13 Округление чисел (1/1 ч)

Цели изучения параграфа — обоснование того факта, что известное учащимся правило округления чисел даёт наименьшую погрешность приближения; демонстрация значимости математических умений для решения практических задач; развитие интереса к познавательной деятельности.

Желательно иллюстрировать округление чисел примерами из жизненной практики, чтобы применение правила округления чисел не воспринималось лишь как формально-оперативный навык. Например, на практике нет надобности вычислять площадь земельного участка с точностью до 1 дм^2 или измерять время движения поезда в секундах (хотя в физических лабораториях, при ряде астрономических наблюдений и т. п. измерения зачастую ведутся с точностью до долей секунды). Этим можно объяснить, что при выполнении различных измерений и вычислений с приближёнными значениями величин (чисел) результат вычислений приходится округлять с заданной точностью (с недостатком или с избытком так, чтобы абсолютная погрешность была наименьшей).

Прежде чем изучать новый материал на уроке, можно предложить выполнить вводные упражнения 1—3, а также следующее задание:

Выяснить, какое приближение числа 7,847 точнее (погрешность приближения меньше):

1) числом 7 или числом 8;
2) числом 7,8 или числом 7,9;
3) числом 7,84 или числом 7,85;
4) числом 7,846 или числом 7,848.

Основными на этом уроке являются упражнения **220—226.** Желательно подробно разобрать **225** (1, 2) и **226**, так как в них содержится мотивация необходимости умения округлять числа.

Для самостоятельного выполнения в классе можно предложить упражнение **223** и, например, такие задания:

1. При округлении числа $x = 3{,}54...$ до сотых получили $a \approx 3{,}55$. Какая цифра в записи числа x может стоять в разряде тысячных?

2. При округлении числа $x = 5{,}78...$ до сотых получили $x \approx 5{,}78$. Какая цифра в записи числа x может стоять в разряде тысячных?

Дополнительно можно выполнить вводные упражнения 3—5 и задания № 6, 7 из дидактических материалов к параграфу и прочитать рубрику *Диалог об истории* (с. 88).

В результате изучения параграфа все учащиеся должны знать правила округления чисел и уметь их применять при выполнении упражнений типа **221**.

§ 14 Относительная погрешность (2/2 ч)

Цели изучения параграфа — введение понятия относительной погрешности как оценки качества приближения; развитие умений применять полученные знания для решения прикладных задач, пользоваться оценкой результатов при решении практических задач; развитие интересов к познавательной деятельности; совершенствование навыков самооценки.

Материал этого параграфа важен именно в его прикладном значении, поэтому примеры, приведённые в тексте параграфа, должны быть обязательно подкреплены решением качественных задач **231—236**. Хорошо, если учащиеся принесут на урок учебник физики или тетради лабораторных работ по физике и на конкретных примерах убедятся в необходимости оценки качества приближений.

Прежде чем переходить к изучению нового материала, желательно выполнить вводные упражнения к параграфу и повторить основные задачи на проценты:

1. Найти 25 % от числа 200.

2. Найти 15 % от числа 0,75.

3. Выяснить, сколько процентов составляет число 18 от числа 144; число 48 от числа 36.

4. Число $|x - 2{,}4|$ составляет 2 % от числа 2,4. Найти x.

При оформлении в тетради решений упражнений **231**, **232**, **234—236** можно использовать в качестве образца запись решения задачи в тексте параграфа.

При наличии времени на одном из уроков желательно рассмотреть материал рубрики *Шаг вперёд*, предложив учащимся, интересующимся математикой, дома выполнить задание, предложенное Профессором в последнем абзаце диалога.

Распределение учебного материала по урокам может быть следующим:

Номер урока	Теоретический материал	Задания		
		основные для работы в классе и дома	для самостоятельной работы в классе	дополнительные
1	§ 14	ВУ; № 228—232	№ 229	Шаг вперёд (с. 92); ПЗ № 12
2	§ 14	ДМ № 2—5; № 233—234; ДМ № 6—9	ДМ № 2, 5	№ 235, 236; РТ № 10

В результате изучения параграфа все учащиеся должны отвечать на устные вопросы к параграфу и уметь находить относительную погрешность приближения при выполнении упражнений типа **229**, **230**.

§ 15 Практические приёмы приближённых вычислений (4/4 ч)

Цели изучения параграфа — расширение понятия стандартного вида числа, знакомство с понятиями верных и значащих цифр, обучение применению правил действий с приближёнными значениями; развитие умений определять понятия и доказывать утверждения; развитие представлений о значении математики в повседневной жизни и практике человека; знакомство с историческими фактами становления математической науки.

С записью числа в стандартном виде $a \cdot 10^n$, где $1 \leqslant |a| < 10$ и n — натуральное число, учащиеся знакомы из курса алгебры 7 класса. Поэтому введение понятия стандартного вида числа ($a \cdot 10^k$, $1 \leqslant |a| < 10$, где k — целое число) не должно вызывать у учащихся особого затруднения.

Учителю следует обратить внимание на то, что пока не вводится определение степени с целым отрицательным показателем, например, запись 10^{-2} обозначает число 0,01.

Подготовку к введению понятия стандартного вида числа, меньшего 1, можно начать, например, с таких упражнений:

1. Какие неравенства являются верными:

1) $1 \leqslant 1{,}01 < 10$; 2) $1 \leqslant 3{,}28 < 10$;
3) $1 \leqslant |-7{,}49| < 10$; 4) $1 \leqslant 10{,}3 < 10$;
5) $1 \leqslant 0{,}989 < 10$; 6) $1 \leqslant |-0{,}01| < 10$?

2. На какое из чисел 10, 100, 1000 нужно разделить или умножить данное число, чтобы равенство было верным:

1) $23{,}8 : \_\_ = 2{,}38$; 2) $4{,}5 \cdot \_\_ = 45$;
3) $87{,}2 \cdot \_\_ = 8{,}72$; 4) $0{,}031 \cdot \_\_ = 3{,}1$;
5) $6711 : \_\_ = 6{,}711$; 6) $3452 : \_\_ = 3{,}452$?

Материал параграфа имеет важное прикладное значение: оценки погрешностей действий с приближёнными числами и величинами используются при решении многих повседневных задач и задач, встречающихся в смежных с алгеброй дисциплинах. Важным итогом изучения параграфа должно стать понимание того, сколько десятичных знаков (сколько значащих цифр) следует оставлять в результате действий первой (второй) ступени с приближёнными величинами. Не секрет, что при выполнении лабораторных работ по физике или решении задач по геометрии многие учащиеся, пользуясь микрокалькуляторами, выполняют, например, расчёт длины окружности L при $R \approx 0{,}76$ следующим образом:

$$L = 2\pi R = 2 \cdot 3{,}1415927 \cdot 0{,}76 = 4{,}7752208 \text{ или так:}$$

$$L = 2\pi R \approx 2 \cdot 3{,}14 \cdot 0{,}76 = 4{,}7728.$$

При этом полученный результат, если он окончательный, без округлений записывают в ответ; если же он промежуточный — работают с ним (вместо работы с числом 4,77 — приближённым значением L с одной запасной значащей цифрой).

До изучения п. 1 параграфа желательно выполнить вводное упражнение 1, а перед изучением п. 2 — вводное упражнение 2. При рассмотрении решения задачи 4 текста параграфа следует подчеркнуть, что в первом слагаемом два верных десятичных знака, а во втором — три, поэтому результат сложения округлён до двух знаков после запятой.

При рассмотрении данного параграфа, а также следующих за ним желательно рассмотреть большинство практических и прикладных задач, предложенных в конце главы учебника.

На этих уроках учащиеся должны определиться с выбором темы исследовательской работы.

В начале последнего урока по теме желательно провести проверочную самостоятельную работу по вариантам, используя задания № 5 и 8 из дидактических материалов.

Распределение учебного материала по урокам может быть следующим:

Номер урока	Теоретический материал	Задания		
		основные для работы в классе и дома	для самостоятельной работы в классе	дополнительные
1—2	§ 14, п. 1—3 до задачи 4	ВУ № 1, 2; № 237—242; ПЗ № 1	№ 239 (5), 241 (3)	ДМ № 4; ПЗ № 11 (устно)
3	§ 14, задача 4, п. 4	ВУ № 3, 4; ДМ № 6; № 243, 245; ПЗ № 13	ДМ № 6 (5)	ДМ № 7; ПЗ № 2, 3
4	§ 14	№ 244; ДМ № 5, 8; ПЗ № 8, 9	Проверочная работа: ДМ № 5 (6), 8 (5) [ДМ № 5 (7), 8 (4)]	Диалог об истории (с. 99); ПЗ № 4, 5

В результате изучения параграфа все учащиеся должны научиться применять правила 1 и 2 при выполнении упражнений типа **242** и **243**.

§ 16 Простейшие вычисления на микрокалькуляторе (1/1 ч)

Ц е л и   и з у ч е н и я   п а р а г р а ф а — знакомство учащихся с внешним видом инженерного микрокалькулятора (МК) и назначением основных клавиш для выполнения арифметических операций; развитие алгоритмического мышления и вычислительной культуры.

Материал данного и последующих параграфов является хорошей основой для организации на уроке самостоятельной работы учащихся с учебником. Все задачи текста параграфа школьники могут решать самостоятельно, лишь контролируя выполнение операций на МК по результатам, приведённым в книге.

К начальным навыкам работы с МК относятся:
1) ввод числа (положительного, отрицательного);
2) выполнение каждого из четырёх арифметических действий;
3) нахождение результата того или иного арифметического действия с заданной (или самостоятельно определяемой) степенью точности.

Закрепление этих навыков следует проводить сразу, используя упражнения к параграфу. Материал этого параграфа не всегда использует знания учащихся, полученные при изучении предыдущего параграфа, фокусируя внимание на операционной части вычислений: чтобы избежать округлений результатов вычислений, используя практические правила округления, упражнения **249—253** в учебнике подобраны так, что на индикаторе высвечивается точный результат вычислений (в заданиях **254—255** указывается необходимая степень точности, с которой нужно округлить результат).

При решении задачи 7 текста параграфа и при выполнении упражнений **256—258** требуется применение правил 1 и 2 предыдущего параграфа. Так как вычислять на МК большинство учащихся умели и до изучения материала параграфа, желательно на уроке уделить особое внимание именно этим заданиям. Дополнительно на уроке могут быть выполнены упражнения **260**, **259**.

Диалог об истории (с. 104) можно включить в домашнюю работу, сопроводив его следующими вопросами: «Какими счётными средствами пользовались в школах, когда обучался Профессор?», «Когда и кем была создана первая счётная машина? Как она называлась?», «Когда появились первые ЭВМ?», «Под чьим руководством и когда была создана первая отечественная ЭВМ? Какова была скорость её работы?», «Сколько операций в секунду выполняет суперкомпьютер, созданный в МГУ в 2009 году?», «Какие функции могут выполнять современные персональные компьютеры?»

В результате изучения параграфа все учащиеся должны отвечать на устные вопросы к параграфу, научиться вводить числа в калькулятор и выполнять вычисления в упражнениях типа **250—254**.

§ 17 Действия с числами, записанными в стандартном виде (2/2 ч)

Цели изучения параграфа — знакомство учащихся с выполнением на МК арифметических действий с числами, записанными в стандартном виде; развитие алгоритмического мышления, вычислительных навыков и навыков самоконтроля.

Первый урок следует начать с выполнения вводных упражнений, упражнения **261** и повторения тех понятий и действий, которые перечислены в рубрике *Нужно вспомнить*. Затем можно провести самостоятельную работу (проверив её сразу после выполнения):

1. Записать число в стандартном виде:

1) −345,21 [8215,6]; 2) 0,0034521 [−0,082156].

2. Записать число в обычной форме:

1) $1{,}28 \cdot 10^{-2}$ [$-8{,}201 \cdot 10^{-3}$]; 2) $-3{,}01 \cdot 10^{5}$ [$2{,}02 \cdot 10^{6}$].

Работу с МК целесообразно проводить параллельно с самостоятельной работой учащихся с учебником. Например, после рассмотрения примеров учебника с определением мантиссы и порядка числа (на с. **106**) выполнить упражнения **262**, **263**. Затем учащиеся читают текст и решения задач 1, 2 и выполняют упражнение **264**; читают задачи 3 и 4, выполняют упражнение **269** и т. д.

Если большинство учащихся класса не имеют инженерных МК, в конце второго урока можно провести **контрольную работу № 2** (см. рекомендации к следующему параграфу).

Распределение учебного материала по урокам может быть следующим:

Номер урока	Теоретический материал	Задания		
		основные для работы в классе и дома	для самостоятельной работы в классе	дополнительные
1	§ 17, до задачи 3, задача 6	ВУ; № 261—267	№ 262 (5), 263 (3), 265 (3), 267 (3)	ДМ № 1, 2; диалог о полезном (с. 111)
2	§ 17, задачи 3—5, 7, 8 и последний абзац	№ 268—270	№ 268 (3), 270 (3)	№ 271, 272; ДМ № 3, 4

В результате изучения параграфа все учащиеся должны отвечать на устные вопросы к параграфу и выполнять упражнения типа **265**, **267**.

§ 18 Вычисления на микрокалькуляторе степени и числа, обратного данному (1/1 ч)

Материал данного и следующего параграфов может изучаться в течение двух уроков, если большинство учащихся класса имеют инженерные микрокалькуляторы. Если же у большинства учащихся класса калькуляторы могут выполнять только арифметические действия, то можно не изучать § 18—19, а 2 часа (отведённые на изучение этих тем) можно, например, добавить к повторению учебного материала в конце года.

Ц е л и   и з у ч е н и я данного параграфа — знакомство с применением клавиш $\boxed{y^x}$, $\boxed{1/x}$, $\boxed{F}$, $\boxed{x^2}$ инженерного микрокалькулятора; развитие алгоритмического мышления, вычислительной культуры; мотивация познавательной деятельности и оптимизация решения задач.

В начале урока повторяются понятия и действия, сформулированные в рубрике *Нужно вспомнить*, и выполняются вводные упражнения.

Как уже говорилось выше, изучение нового материала рекомендуется организовать в форме самостоятельной работы с учебником, последовательно читая решения задач текста и выполняя соответствующие упражнения:

задача 1 — упражнения **273, 278**, дополнительно — **280**;
задача 2 — упражнение **274**;
задача 3 — упражнение **276**;
задача 4 — упражнение **277**, в заключение — упражнение **279**.

Желательно на уроке рассмотреть рубрику *Шаг вперёд* (с. 114), содержание которой является пропедевтикой изучения степени с рациональным показателем.

При вычислении значения выражения в упражнении **279** школьникам придётся представить число a в стандартном виде и воспользоваться программой вычислений из задачи 3 (4) текста.

Дополнительно можно использовать на уроке задания из дидактических материалов № 4—6.

§ 19 Последовательное выполнение операций на микрокалькуляторе (1/1 ч)

Ц е л и   и з у ч е н и я   п а р а г р а ф а — знакомство учащихся с последовательным выполнением нескольких операций на МК и обучение округлению результатов вычислений, исходя из потребностей практики; совершенствование вычислительных навыков; развитие алгоритмического мышления.

Последовательное выполнение операций на микрокалькуляторе даёт наибольший эффект при решении конкретных задач физики, биологии, экономики, поэтому следует поощрять желание школьников изучить материал параграфа.

Разбирая решения задач текста параграфа, необходимо обращать внимание учащихся на запись ответа и обсуждать, почему округление результата, появившегося на индикаторе МК, было сделано именно с такой точностью.

Желательно, чтобы на этом уроке учащиеся выполнили, помимо упражнений **281—288**, и задачи **289—293**, ход решения которых и демонстрирует эффективность применения МК.

Для самостоятельной работы дома желательно предложить изучение рубрики *Диалог об истории* (с. 118).

Уроки обобщения знаний и представления исследовательских работ (2/2 ч)

Если в классе изучался материал последних двух параграфов, то распределение учебного материала на последних двух уроках изучения главы может быть следующим:

На первом уроке проводится *тест 2*, анализируются его результаты, проводится коррекция знаний с использованием упражнений к главе, а также заданий рубрики *Проверь себя!* (I уровень).

На втором уроке проводится **контрольная работа № 2** (на 15—20 мин) и заслушиваются результаты выполнения лучших исследовательских работ.

Если материал § 18 и 19 в классе не изучался, то (как говорилось выше) контрольная работа по теме проводится на последнем уроке изучения § 17.

Контрольная работа № 2 (на 15—20 мин)

1. Представить дробь $\frac{7}{11}$ $\left[\frac{4}{7}\right]$ в виде десятичной дроби с точностью до 0,1; 0,01.
2. Записать в стандартном виде числа 238,1 и 0,046. [538 и 0,724.]
3. Какое измерение: $r = (35 \pm 0{,}1)$ м или $d = (3{,}5 \pm 0{,}01)$ см [$n = (520 \pm 0{,}1)$ м или $c = (52 \pm 0{,}1)$ мм] — является более точным и почему? Записать результат каждого из измерений в виде двойного неравенства.

---

4. Найти значение $x + y$ [$x - y$], если $x \approx 0{,}3851$, $y \approx 2{,}96$ [$x \approx 6{,}3$, $y \approx 2{,}74$].
5. Найти значение $x : y$ [$x \cdot y$], если $x \approx 0{,}7$, $y \approx 1{,}36$ [$x \approx 5{,}4$, $y \approx 0{,}478$].

ГЛАВА

III Квадратные корни (13/14 ч)

В этой главе вводится целый ряд новых для учащихся математических понятий, которые находят широкое применение и развитие не только в школьном курсе алгебры, но и в смежных дисциплинах: квадратный корень из числа, арифметический квадратный корень, иррациональные и действительные числа, алгебраические преобразования с арифметическими корнями.

При введении понятия квадратных корней учащиеся знакомятся с новым для них действием, обратным к возведению в степень, — извлечением корня. При этом, для того чтобы вычисления выполнялись однозначно, вводится понятие арифметического корня (в отличие, например, от корня квадратного из числа 64, имеющего два значения: 8 и −8, арифметический корень из 64 равен 8).

Рассмотренные в этой главе свойства арифметических корней позволяют не только проводить вычисления, но и выполнять алгебраические преобразования над корнями, т. е. совершенствовать у учащихся навыки алгебраических преобразований. Учащиеся также знакомятся с вычислениями корней на МК.

В главе III множество рациональных чисел расширяется до множества действительных чисел. Это означает, что множество рациональных чисел дополняется множеством иррациональных чисел до множества действительных чисел таким образом, что в новом множестве определены все арифметические действия и выполняются все их основные свойства.

Опыт показывает, что более раннее введение действительных чисел вызывает у учащихся серьёзные затруднения; здесь же иррациональные числа естественно возникают в связи с извлечением квадратных корней.

Конструктивное (а не аксиоматическое) определение иррациональных чисел как бесконечных десятичных непериодических дробей также тесно связано с задачей обращения обыкновенной дроби в десятичную и обратно, с чем учащиеся знакомы.

Важно отметить, что после введения множества действительных чисел числовая прямая полностью «заполняется» этими числами, а графики непрерывных функций закономерно изображаются сплошными линиями.

Рассмотрение множества действительных чисел позволяет ввести понятие тождества на множестве всех действительных чисел на примерах $\sqrt{a^2} = |a|$, $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ и т. д. Однако среди упражнений этой главы уже встречаются задачи на доказательство равенств и неравенств на заданных множествах. При этом основным способом доказательства равенства или неравенства является оценка разности левой и правой частей.

Основными предметными целями изучения главы III являются следующие:

- формирование понятий квадратного корня, иррационального числа, тождества;
- развитие представлений о числе, формирование понятия действительного числа, овладение навыками вычислений значений числовых выражений, содержащих действительные числа;
- развитие умений применять символьный язык алгебры: использовать приёмы преобразований выражений, содержащих квадратные корни;
- формирование умений применять на практике навыки точных и приближённых вычислений квадратных корней, оценки квадратных корней целыми числами и десятичными дробями.

Метапредметные цели изучения главы:

- развитие представлений об идеях и методах математики как языка науки и техники;
- развитие умений применять индуктивные и дедуктивные способы рассуждений;
- формирование умений осознанно выполнять алгоритмические предписания.

Личностные цели изучения главы:

- развитие мышления, культуры устной и письменной речи; способностей аргументированно рассуждать, приводить примеры и контрпримеры;
- формирование способностей к преодолению стереотипов мышления;
- развитие интереса к математике;
- формирование коммуникативных способностей.

В результате изучения главы III все учащиеся должны иметь представление об иррациональных и действительных числах, знать определение и свойства арифметического квадратного корня, уметь выполнять вычисления и алгебраические преобразования в таких упражнениях, как **320**, **369**, **380**, **381**, **383** (1, 3, 5), а также в рубрике *Проверь себя!* (I уровень).

§ 20 Арифметический квадратный корень (2/2 ч)

Цели изучения параграфа — введение определения арифметического квадратного корня и понятия действия извлечения квадратного корня; развитие представлений о математике как форме описания и методе познания действительности.

На первом уроке целесообразно рассмотреть задачи 1 и 2 текста параграфа, которые подводят учащихся к определениям квадратного корня и арифметического квадратного корня из числа. Осознанному усвоению понятия арифметического квадратного корня будут способствовать записи учащихся в тетрадях, выполняемые по ходу словесного воспроизведения определения:

Слова учителя	Запись в тетрадях
Арифметическим квадратным корнем из числа a	$\sqrt{a}$
называется неотрицательное число,	$\sqrt{a} \geqslant 0$ (или $\sqrt{a} = b,\ b \geqslant 0$)
квадрат которого равен a.	$\left(\sqrt{a}\right)^2 = a$ (или $b^2 = a$)

Необходимо, чтобы учащиеся поняли, что содержащееся в определении равенство $\left(\sqrt{a}\right)^2 = a$ справедливо лишь при $a \geqslant 0$ (этот факт выделен в тексте перед задачей 3). Для устной работы на соответствующих этапах этого урока можно включать следующие задания:

1. Вводные упражнения 1—6.

2. Найти положительный корень уравнения:

1) $x^2 - 25 = 0$; 2) $x^2 - \frac{4}{9} = 0$.

3. Вычислить:

1) $\sqrt{8100}$; 2) $\sqrt{1,21}$; 3) $\sqrt{\frac{49}{64}}$; 4) $\sqrt{0,25}$.

4. Вычислить:

1) $\left(\sqrt{0,04}\right)^2$; 2) $\left(\sqrt{2\frac{1}{4}}\right)^2$.

На первом уроке рассматривается материал параграфа до задачи 3 и выполняются упражнения **306—309, 313**, при этом **306** можно выполнить сразу после рассмотрения задачи 2, а **307** — после введения понятия арифметического квадратного корня. При выполнении упражнения **308** полезно просить учащихся правильно прочитывать запись равенства, а также называть подкоренное выражение в левой части равенства.

308. 1) Равенство $\sqrt{16} = 4$ верно, так как $4 > 0$ и $4^2 = 16$;

2) равенство $\sqrt{25} = -5$ неверно, так как $-5 < 0$.

В т о р о й урок целесообразно начать с проверки ответов на устные вопросы к параграфу, а также с усвоения на практике введённых на предыдущем уроке новых понятий. Сделать это можно в ходе фронтальной проверки результатов выполнения следующей с а м о с т о я т е л ь н о й работы:

1. Объяснить, почему верно или неверно равенство:

1) $\sqrt{0{,}64} = 0{,}8$; 2) $\sqrt{0{,}64} = -0{,}8$; 3) $\sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{1}{3}$.

2. Вычислить:

1) $\sqrt{100}$; 2) $\sqrt{1\frac{7}{9}}$; 3) $\left(\sqrt{0}\right)^2$; 4) $\left(\sqrt{0{,}36}\right)^2$.

При изучении этого параграфа и до введения понятия иррационального числа не следует предлагать учащимся задания, в которых подкоренное выражение не является точным квадратом рационального числа.

В у с т н у ю работу на этом уроке можно включить следующие задания:

1. Вычислить:

1) $5 + 3 \cdot (-6)$; 2) $-8 - 4 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)$; 3) $\frac{1}{3} - \frac{1}{2}$;

4) $\frac{1}{4} - 0{,}3$; 5) $\left(1\frac{2}{3}\right)^2$; 6) $\left(-1\frac{2}{3}\right)^2$.

2. Вычислить:

1) $25^2 - 24^2$; 2) $-19^2 + 20^2$; 3) $-17^2 + 18^2$;

4) $36 + 2 \cdot 6 \cdot 4 + 16$; 5) $144 - 2 \cdot 12 \cdot 9 + 81$.

3. Решить неравенство:

1) $2x > 5$; 2) $-\frac{1}{2}x \leqslant 5$; 3) $1 - x > 3$.

После повторения понятия извлечения квадратного корня и рассмотрения задачи 3 текста учебника выполняются упражнения **310—312**, **314**, **315**.

На первом уроке (или в качестве домашнего задания) рекомендуется познакомить учащихся с рубрикой *Диалог* *об истории*. Желательно, чтобы учащиеся могли ответить на следующие вопросы: «В каком веке европейскими математиками была предпринята попытка кратко записывать операцию извлечения корня?», «Каким знаком обозначали квадратный корень немецкие математики XV—XVI вв.?», «Какого учёного можно считать автором современного знака арифметического квадратного корня?».

Распределение учебного материала по урокам может быть следующим:

Номер урока	Теоретический материал	Задания		
		основные для работы в классе и дома	**для самостоятельной работы в классе**	**дополнительные**
1	§ 20, до задачи 3	ВУ; № 306—309, 313; РТ № 5—7	№ 306 (3), 308 (3), 309 (3)	Диалог об истории (с. 128); ДМ № 11, 12
2	§ 20	№ 310—312; РТ № 8, 9	Самостоятельная работа из текста пособия	№ 314, 315; РТ № 10

В результате изучения параграфа все учащиеся должны знать определение арифметического квадратного корня из числа, уметь с его помощью выполнять упражнения типа **307—311** и отвечать на устные вопросы к параграфу.

§ 21 Действительные числа (2/2 ч)

Цели изучения параграфа — знакомство учащихся с понятиями иррационального числа и множества действительных чисел; развитие представлений о числовых системах; развитие умений определять понятия, создавать обобщения, устанавливать аналогии, классифицировать.

После изучения п. 1 параграфа разбираются решения задач 1 и 2 и выполняются упражнения **316—319**. Затем изучается оставшаяся теоретическая часть параграфа, выполняются упражнения **320—321**, рассматриваются задачи 3—5. Особое внимание следует уделить информации двух последних абзацев параграфа, после чего выполнить упражнения **322—324** (при наличии времени — **325** и **326**), из них самостоятельно по вариантам с проверкой в классе **324 (1, 3) [324 (2, 4)]**.

Классификацию действительных чисел можно проиллюстрировать либо с помощью рисунка 30 из учебника, либо с помощью кругов Эйлера, приведя на схеме примеры конкретных классов чисел (рис. 7). В последнем случае рассказ учителя должен быть построен по принципу расширения понятия числа.

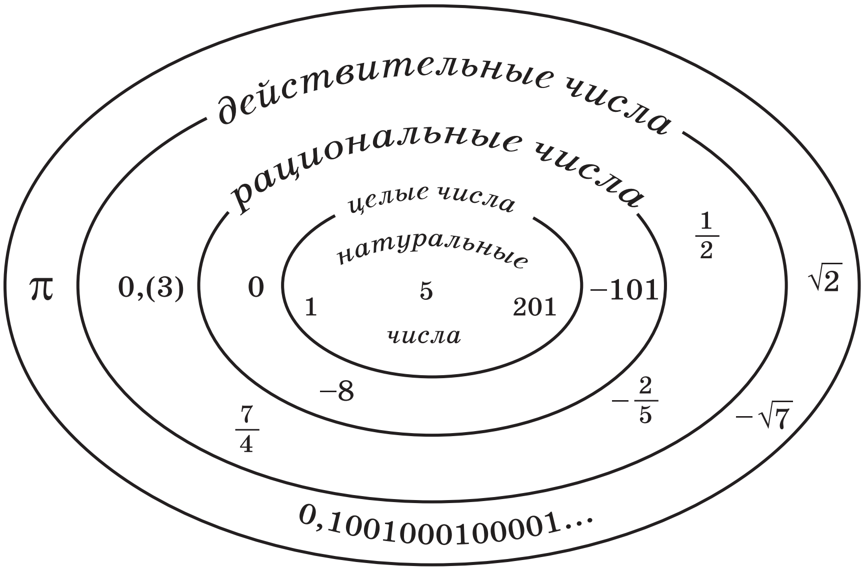

Рис. 7

В устную работу на уроках рекомендуется включить, кроме вводных упражнений учебника, и задания, которые напомнят учащимся мотивацию расширения понятия числа от натурального до действительного (а также помогут восстановить некоторые приёмы быстрого устного счёта), например:

1. 1) $53 + 99$; 2) $21 \cdot 19$; 3) $19 - 27$.

2. 1) $56 : 7$; 2) $48 : (-3)$; 3) $2 : 3$; 4) $6 : (-5)$.

Диалог об истории содержит очень важный материал не только исторического, но и математического характера. Знакомство с ним можно разделить на два урока, причём первый из рассказов желательно изучить на уроке. Если второй рассказ будет задан на дом, то на одном из следующих уроков необходимо найти время и обсудить содержание этого рассказа.

В результате ознакомления с диалогами учащиеся должны уметь отвечать на следующие вопросы: «Почему из предположения, что $\sqrt{2} = \frac{m}{n}$, где $\frac{m}{n}$ — несократимая дробь, следует равенство $\frac{m^2}{n^2} = 2$?», «Почему из предположения, что $\frac{m}{n}$ — несократимая дробь, следует, что $\frac{m^2}{n^2}$ тоже несократимая дробь?», «Как называется метод, которым доказывали тот факт, что число $\sqrt{2}$ не является рациональным?», «Какой отрезок называют мерой при измерении другого отрезка?», «Какие отрезки называют соизмеримыми? Какие отрезки называют несоизмеримыми?», «Какое важное утверждение о несоизмеримости доказали учёные пифагорейской школы?», «Как пифагорейцы называли числа, которые ныне называют иррациональными?».

Распределение учебного материала по урокам может быть следующим:

Номер урока	Теоретический материал	Задания		
		основные для работы в классе и дома	для самостоятельной работы в классе	дополнительные
1	§ 21, п. 1, задачи 1 и 2	ВУ; № 316—319; ДМ № 1, 2, 5, 6; РТ № 4—7	№ 317 (3, 5), 318 (3)	ДМ № 5, 7; диалог об истории (с. 134)
2	§ 21, п. 2, задачи 3—5	№ 320—323; ДМ № 8; РТ № 8, 9	№ 322 (3, 5)	ДМ № 9; № 324—326; ПЗ № 1 и 2; диалог об истории (с. 135)

В результате изучения параграфа все учащиеся должны уметь обращать бесконечную периодическую десятичную дробь в обыкновенную; с помощью МК выполнять практические действия над иррациональными числами, заменяя их десятичными приближениями, и отвечать на устные вопросы к параграфу.

§ 22 Квадратный корень из степени (3/3 ч)

Цели изучения параграфа — введение понятия тождества на примере тождества $\sqrt{a^2} = |a|$; изучение свойства корней: «Если $a > b > 0$, то $\sqrt{a} > \sqrt{b}$»; формирование умений соотносить свои действия с планируемыми результатами, корректировать свои действия в соответствии с изменяющейся ситуацией.

На первом уроке в работу по повторению ранее изученного, кроме вводных упражнений 1, 2, 4 и заданий 1—6 из рабочих тетрадей, можно включить следующие задания:

1. Вычислить:

1) $\sqrt{4900}$; 2) $\left(\sqrt{99}\right)^2$; 3) $\sqrt{5^2}$; 4) $\sqrt{(-5)^2}$; 5) $\sqrt{36^2}$.

2. Найти:

1) $|27|$; 2) $|-5{,}1|$; 3) $|2{,}3-3{,}1|$; 4) $\left|\sqrt{7^2}\right|$; 5) $\left|\sqrt{(-7^2)}\right|$.

3. Дать определение модуля числа a.

При рассмотрении примера нахождения $\sqrt{a^2}$ при $a=3$ и $a=-3$, предваряющего теорему 1 параграфа, полезно сделать акцент на том, что при $a=3$ выполняется равенство $\sqrt{a^2}=a$, а при $a=-3$ — равенство $\sqrt{a^2}=-a$.

После рассмотрения доказательства теоремы 1 и введения понятия тождества полезно вернуться к рассмотрению структуры доказательства теоремы, выделяя идею доказательства тождества (рассматриваются все возможные значения a и для каждого случая доказывается справедливость равенства).

Требовать воспроизведения доказательства от всех учащихся не следует. Можно предложить учащимся самостоятельно вспомнить уже известные из курса алгебры тождества (формулы сокращённого умножения, свойства и законы арифметических действий).

Закрепляется применение теоремы 1 с помощью упражнений **327, 328, 331.**

Оформить решение можно так:

331. $\sqrt{x^2-2x+1}=\sqrt{(x-1)^2}=|x-1|$.

1) Если $x=5$, то $|x-1|=|5-1|=|4|=4$.

3) Если $x=0$, то $|x-1|=|0-1|=|-1|=1$.

На этом же уроке разбирается решение задачи 1 текста параграфа и выполняются задания **329, 330.**

На втором уроке рассматривается доказательство теоремы 2. Предварить её рассмотрение полезно обсуждением ответов на устные вопросы 1—4 из учебника, а также выполнением следующих устных заданий:

1. Вводное упражнение 3.

2. Сравнить:

1) $\sqrt{81}$ и $\sqrt{64}$; 2) $\sqrt{\frac{1}{4}}$ и $\sqrt{\frac{1}{9}}$; 3) $\sqrt{16}$ и 3.

3. Вводное упражнение 5.

4. Сформулировать высказывание, противоположное высказыванию:

1) «Две прямые, перпендикулярные к третьей, не пересекаются». (О т в е т. «Две прямые, перпендикулярные к третьей, пересекаются».)
2) «Фигура Φ — квадрат». (О т в е т. «Фигура Φ — не квадрат».)
3) «$x > y$». (О т в е т. «$x \leqslant y$».)
4) «$x = y$». (О т в е т. «$x \neq y$» либо «$x > y$ или $x < y$».)

5. Пользуясь свойством неравенства: «Если $a > b > 0$, то $a^2 > b^2$», возвести в квадрат обе части неравенства:

1) $10 > 9$; 2) $\sqrt{0{,}49} > \sqrt{0{,}25}$; 3) $\sqrt{16} > \sqrt{15}$; 4) $6 > \sqrt{30}$.

До начала доказательства теоремы 2 (свойства квадратных корней) следует отметить, что оно проводится методом от противного, и напомнить идею (структуру) доказательства этим методом. Применение теорем иллюстрируется при выполнении упражнений **332—334**.

После разбора задачи 2 текста параграфа (для решения которой требуется применение теорем 1 и 2) выполняется упражнение **335**.

Оставшееся на изучение этого параграфа время посвящается отработке применения изученных теорем при выполнении упражнений и рассмотрению решений задач 3 и 4 текста.

В конце изучения параграфа можно провести следующую с а м о с т о я т е л ь н у ю работу:

1. Вычислить:

1) $\sqrt{12^4}$; 2) $\sqrt{(-4)^6}$; 3) $\sqrt{(-2)^8}$.

[1) $\sqrt{5^6}$; 2) $\sqrt{(-3)^4}$; 3) $\sqrt{(-3)^6}$.]

2. Сравнить числа 2,1 и $\sqrt{4{,}4}$. [$\sqrt{3{,}6}$ и 1,9.]

3. Упростить $\sqrt{(2-\sqrt{5})^2}$. $\left[\sqrt{(\sqrt{6}-3)^2}.\right]$

На одном из уроков по изучению материала параграфа необходимо обсудить и распределить темы исследовательских работ.

При обсуждении рубрики *Диалог об истории* желательно задать учащимся следующие вопросы: «Какую формулу для извлечения квадратного корня из числа использовали в Вавилоне? Примените эту формулу для извлечения квадратного корня из числа 43 и сравните со значением, получившимся при использовании МК», «Какое рациональное приближение числа π нашёл Архимед?».

Распределение учебного материала по урокам может быть следующим:

Номер урока	Теоретический материал	Задания		
		основные для работы в классе и дома	для самостоятельной работы в классе	дополнительные
1	§ 22, до теоремы 2	ВУ № 1, 2, 4; РТ № 1—3; № 327—331	№ 327 (3), 329 (3, 5), 330 (3)	ДМ № 18
2	§ 22	УВ № 1—4; ВУ № 3, 5; РТ № 4—6; № 332—335; РТ № 8—10	№ 333 (3), 334 (3), 335 (3)	Диалог об истории (с. 139); ПЗ № 4; ДМ № 15, 17
3	§ 22	УВ № 5; № 382, 378; ДМ № 7, 11, 14; 336	Работа из текста пособия	№ 337—339; ДМ № 16, 19, 20; РТ № 11

В результате изучения параграфа все учащиеся должны уметь применять теоремы 1 и 2 при выполнении упражнений типа **329, 332, 334** и отвечать на устные вопросы к параграфу.

§ 23 Квадратный корень из произведения (2/2 ч)

Цели изучения параграфа — знакомство учащихся с теоремой о корне из произведения; формирование на её основе умения выносить множитель из-под знака корня и вносить множитель под знак корня; развитие умений осознанно выбирать наиболее эффективные способы решения задач.

На первом уроке после рассмотрения задачи 1 можно предложить учащимся устно сравнить $\sqrt{25 \cdot 4}$ и $\sqrt{25} \cdot \sqrt{4}$; $\sqrt{9} \cdot \sqrt{4}$ и $\sqrt{36}$. Перед доказательством теоремы необходимо повторить определение арифметического квадратного корня и правило возведения произведения в степень. Сделать это можно, например, с помощью следующих заданий:

1. Верно ли равенство $\sqrt{49} = -7$?

2. Чему равен $\sqrt{49}$? Ответ обосновать.

3. Вводные упражнения 1, 2; № 1 из рабочей тетради.

4. Выполнить возведение в квадрат:

1) $(5a)^2$; 2) $\left(a\sqrt{2}\right)^2$; 3) $\left(a^3\sqrt{a}\right)^2$.

5. Вводное упражнение 3.

6. Представить в виде произведения квадратов чисел:
1) $2 \cdot 72$; 2) $3 \cdot 108$; 3) $75 \cdot 3$.

После доказательства теоремы рассматриваются примеры учебника на применение формулы $\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$ ($a \geqslant 0$, $b \geqslant 0$) (слева направо и справа налево); отмечается применимость теоремы о корне из произведения для любого числа неотрицательных множителей; рассматривается решение задачи 2 текста параграфа и выполняются упражнения **340—346**. Затем вводится понятие вынесения множителя из-под знака корня, рассматривается задача 3 параграфа, после чего выполняются упражнения **347—349**.

На следующем уроке после введения понятия внесения множителя под знак корня рассматривается задача 4 и выполняются упражнения **350—353**. Затем отрабатываются умения в действиях с корнями при решении упражнений **354—359**. Дополнительно предлагаются упражнения **360, 361**. На этом уроке может быть проведена самостоятельная работа:

1. Сравнить числа $5\sqrt{3}$ и $6\sqrt{2}$. [$7\sqrt{2}$ и $6\sqrt{3}$.]

2. 355 (1). [355 (2).]

Материал, изложенный в рубрике *Шаг вперёд*, достаточно труден для большинства учащихся, однако школьников, интересующихся математикой, желательно с ним познакомить. Ученики должны в результате изучения рубрики ответить на вопросы: «Почему для сравнения двух чисел сравнивается с нулём их разность?», «Почему более удобной для сравнения с нулём является разность выражений, предложенная Профессором?», «Какие двучлены называют сопряжёнными?», «Является ли доказательством тождества проверка его справедливости при некоторых конкретных значениях входящих в него букв?», «Нельзя ли использовать утверждение, доказанное в упражнении **360**, для доказательства последней формулы, предложенной Профессором?».

Распределение учебного материала по урокам может быть следующим:

Номер урока	Теоретический материал	Задания		
		основные для работы в классе и дома	для самостоятельной работы в классе	дополнительные
1	§ 23, до задачи 4	ВУ; РТ № 1; № 340—346, 347—349; РТ № 4—8	№ 343 (3), 344 (3), 346 (3)	ПЗ № 3; № 397, 398; ДМ № 22, 28
2	§ 23	УВ; № 350—359	Самостоятельная работа из текста пособия	№ 360, 361; шаг вперёд (с. 145); ДМ № 30, 33; РТ № 13, 14

В результате изучения параграфа все учащиеся должны знать формулу $\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$ **($a \geqslant 0$, $b \geqslant 0$)**, уметь её применять при выполнении упражнений типа **345, 349, 352** и отвечать на устные вопросы к параграфу.

Решение упражнений

360. Если $a \geqslant \sqrt{b}$, $b \geqslant 0$, то $\sqrt{2a + 2\sqrt{a^2 - b}} =$

$$=\sqrt{2a + 2\sqrt{a^2 - \left(\sqrt{b}\right)^2}} = \sqrt{2a + 2\sqrt{a - \sqrt{b}} \cdot \sqrt{a + \sqrt{b}}} =$$

$$= \sqrt{\left(a - \sqrt{b} + a + \sqrt{b}\right) + 2\sqrt{a - \sqrt{b}} \cdot \sqrt{a + \sqrt{b}}} =$$

$$= \sqrt{\left(\sqrt{a - \sqrt{b}}\right)^2 + 2\sqrt{a - \sqrt{b}} \cdot \sqrt{a + \sqrt{b}} + \left(\sqrt{a + \sqrt{b}}\right)^2} =$$

$$= \sqrt{a - \sqrt{b}} + \sqrt{a + \sqrt{b}}.$$

361. 1) График функции $y = \sqrt{x^2}$ тот же, что и график функции $y = |x|$.

2) График функции $y = \sqrt{(x - 1)^2}$ тот же, что и график функции $y = |x - 1|$.

Решение задач (из рубрики *Шаг вперёд*)

Докажем, что $\sqrt{a+\sqrt{b}}=\sqrt{\dfrac{a+\sqrt{a^2-b}}{2}}+\sqrt{\dfrac{a-\sqrt{a^2-b}}{2}}$.

$$\sqrt{\frac{a+\sqrt{a^2-b}}{2}}+\sqrt{\frac{a-\sqrt{a^2-b}}{2}}=$$

$$=\frac{\left(\sqrt{a+\sqrt{a^2-b}}+\sqrt{a-\sqrt{a^2-b}}\right)\left(\sqrt{a+\sqrt{a^2-b}}-\sqrt{a-\sqrt{a^2-b}}\right)}{\sqrt{2}\left(\sqrt{a+\sqrt{a^2-b}}-\sqrt{a-\sqrt{a^2-b}}\right)}=$$

$$=\frac{a+\sqrt{a^2-b}-a+\sqrt{a^2-b}}{\sqrt{2a+2\sqrt{a^2-b}}-\sqrt{2a-2\sqrt{a^2-b}}}=$$

$$=\frac{2\sqrt{a^2-b}}{\sqrt{a-\sqrt{b}}+\sqrt{a+\sqrt{b}}-\left|\sqrt{a-\sqrt{b}}-\sqrt{a+\sqrt{b}}\right|}=$$

$=\dfrac{2\sqrt{a^2-b}}{2\sqrt{a-\sqrt{b}}}=\sqrt{a+\sqrt{b}}$. (Использовали идею решения упражнения **360**.)

§ 24 Квадратный корень из дроби (2/3 ч)

Ц е л и и з у ч е н и я п а р а г р а ф а — обучение применению теоремы о квадратном корне из дроби, которая позволяет также выполнять деление квадратных корней; знакомство учащихся с соотношением между средним арифметическим и средним геометрическим двух положительных чисел; развитие умений соотносить свои действия с планируемыми результатами, определять свои действия в рамках предложенных условий.

На п е р в о м уроке при выполнении у с т н о й работы повторяется материал, сформулированный в рубрике *Нужно вспомнить*. При этом используются следующие задания:

1. Вводные упражнения 1, 2.

2. Вычислить:

1) $\sqrt{3}\cdot\sqrt{12}$; 2) $\sqrt{\frac{2}{5}}\cdot\sqrt{\frac{8}{5}}$.

3. Вводное упражнение 3.

4. Упростить:

1) $\sqrt{2}-\sqrt{8}$; 2) $2\sqrt{12}-\sqrt{75}$;

3) $(\sqrt{8}-\sqrt{7})(\sqrt{8}+\sqrt{7})$; 4) $(\sqrt{12}+\sqrt{3})^2$;

5) $(\sqrt{5}\cdot\sqrt{2})^2$; 6) $\left(\sqrt{\frac{5}{9}}\right)^2$;

7) $\left(\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}}\right)^2$; 8) $\left(\frac{\sqrt{15}}{\sqrt{30}}\right)^2$.

После рассмотрения задачи 1 текста параграфа можно предложить учащимся сравнить $\sqrt{\frac{16}{25}}$ и $\frac{\sqrt{16}}{\sqrt{25}}$; $\sqrt{1\frac{21}{100}}$ и $\sqrt{\frac{121}{100}}$. Доказательство теоремы о корне из дроби по своей структуре аналогично доказательству теоремы предыдущего параграфа, поэтому можно предложить учащимся либо самостоятельно разобрать его по тексту учебника, либо полностью доказать с а м о с т о я т е л ь н о. Пример применения теоремы рассмотреть со всем классом, после чего выполнить упражнения **362**, **363**, **365**, **369**, **370**, из них самостоятельно **363 (3)**, **369 (3)**.

На этом же уроке рассматривается и применение формулы $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}=\sqrt{\frac{a}{b}}$ ($a\geqslant 0$, $b>0$) при выполнении упражнений **364**, **368**.

На в т о р о м уроке до изучения теоретической части параграфа, поясняющей, как избавляться от иррациональности в знаменателе дроби, полезно устно выполнить такие задания:

1. Вычислить:

1) $\sqrt{1,7}\cdot\sqrt{1,7}$; 2) $(\sqrt{0,23})^2$; 3) $\sqrt{0,8}\cdot\sqrt{5}$; 4) $\frac{\sqrt{32}}{\sqrt{2}}$.

2. Привести к знаменателю 6 следующие дроби:

1) $\frac{1}{2}$; 2) $\frac{2}{3}$; 3) $\frac{1}{\sqrt{6}}$.

После разбора задачи 2 текста учебника выполняются упражнения **366**, **371**, **373**.

На этом уроке рассматривается соотношение между средним арифметическим и средним геометрическим двух положительных чисел (задача 3) и выполняется упражнение **367**. В сильном классе для самостоятельной и домашней работы могут быть предложены разбор задачи 4 и выполнение упражнений **372, 375**. Выполняются задания *теста 3*.

При обсуждении материала рубрики *Шаг вперёд* полезно предложить учащимся вспомнить, какие «математические узоры» они уже рассматривали, и привести собственные примеры красивых математических рассуждений. Пусть учащиеся подумают, знание каких формул поможет доказать неравенство $(a+b)(a+c)(b+c) \geqslant 8abc$ при $a \geqslant 0$, $b \geqslant 0$, $c \geqslant 0$.

Распределение учебного материала по урокам может быть следующим:

Номер урока	Теоретический материал	Задания		
		основные для работы в классе и дома	для самостоятельной работы в классе	дополнительные
1	§ 24, до задачи 2	ВУ; № 362, 363, 365, 369, 370, 364, 368	№ 363 (3), 369 (3)	№ 389, 395; ПЗ № 3, 5, 6
2	§ 24	УВ № 1—3; № 366, 371, 373, 367; РТ № 9	Тест 3	Шаг вперёд (с. 151); ПЗ № 8; № 372, 375

В результате изучения параграфа все учащиеся должны уметь применять формулу $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ $(a \geqslant 0,\ b > 0)$ при выполнении заданий типа **363, 364**, избавляться от иррациональных выражений в знаменателе дроби в упражнениях типа **366**, отвечать на устные вопросы к параграфу.

Решение упражнений

372. Умножив обе части неравенства $\frac{a+b}{2} \geqslant \sqrt{ab}$ на положительное число $\frac{2}{\sqrt{ab}}$, получим $\frac{a+b}{2} \cdot \frac{2}{\sqrt{ab}} \geqslant \sqrt{ab} \cdot \frac{2}{\sqrt{ab}}$, $\sqrt{\frac{a}{b}} + \sqrt{\frac{b}{a}} \geqslant 2$, что и требовалось доказать.

375. 1) $\sqrt{ab}-\dfrac{2}{\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}}=\sqrt{ab}-\dfrac{2ab}{a+b}=\sqrt{ab}\left(1-\dfrac{2\sqrt{ab}}{a+b}\right)=$

$=\sqrt{ab}\cdot\dfrac{(a+b)-2\sqrt{ab}}{a+b}\geqslant 0$, так как при $a>0$ и $b>0$ $\sqrt{ab}>0$, $a+b>0$, $a+b\geqslant 2\sqrt{ab}$, т. е. $(a+b)-2\sqrt{ab}\geqslant 0$, поэтому $\sqrt{ab}\geqslant\dfrac{2}{\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}}$, что и требовалось доказать.

2) Сравним квадраты левой и правой частей неравенства (они положительны):

$$\left(\sqrt{\frac{a^2}{b}}+\sqrt{\frac{b^2}{a}}\right)^2-\left(\sqrt{a}+\sqrt{b}\right)^2=\frac{a^2}{b}+2\sqrt{ab}+\frac{b^2}{a}-a-2\sqrt{ab}-b=$$

$$=\frac{a^3+b^3-ab(a+b)}{ab}=\frac{(a+b)(a^2-ab+b^2-ab)}{ab}=\frac{(a+b)(a-b)^2}{ab}\geqslant 0$$

при $a>0$, $b>0$, отсюда $\left(\sqrt{\dfrac{a^2}{b}}+\sqrt{\dfrac{b^2}{a}}\right)^2\geqslant\left(\sqrt{a}+\sqrt{b}\right)^2$, а значит, и $\sqrt{\dfrac{a^2}{b}}+\sqrt{\dfrac{b^2}{a}}\geqslant\sqrt{a}+\sqrt{b}$.

376. 1) См. рис. 8. 2) См. рис. 9.

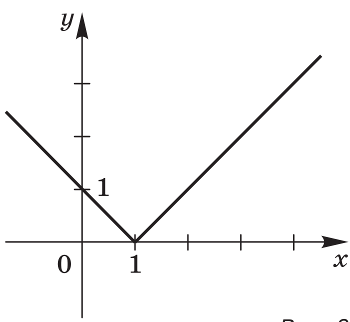

Рис. 8

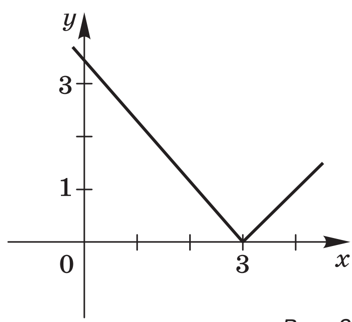

Рис. 9

Решение задач (из рубрики *Шаг вперёд*)

1. По условию $a\geqslant 0$, $b\geqslant 0$, $c\geqslant 0$, значит, можно применить неравенство (1) для каждой пары чисел: $\dfrac{a+b}{2}\geqslant\sqrt{ab}$, $\dfrac{a+c}{2}\geqslant\sqrt{ac}$, $\dfrac{b+c}{2}\geqslant\sqrt{bc}$. Почленно перемножим левую и правую части неравенств (они неотрицательны):

$$\frac{(a+b)}{2}\cdot\frac{(a+c)}{2}\cdot\frac{(b+c)}{2}\geqslant\sqrt{ab}\cdot\sqrt{ac}\cdot\sqrt{bc}.$$

По теореме о произведении корней и в результате умножения обеих частей на число 8 получим $(a+b)(a+c)\times$ $\times(b+c)\geqslant 8abc$.

2. Числитель и знаменатель каждой дроби умножим на сопряжённое со знаменателем выражение. Получим

$$\sqrt{2}-1+\sqrt{3}-\sqrt{2}+\sqrt{4}-\sqrt{3}+\ldots+\sqrt{100}-\sqrt{99}=$$
$$=-1+\sqrt{100}=9.$$

Урок обобщения знаний и представления исследовательских работ (1/2 ч)

После анализа выполнения *теста 3* и коррекции знаний с помощью упражнений из раздела *Упражнения к главе* заслушиваются результаты наиболее интересных исследовательских работ.

Контрольная работа № 3

1. Сравнить:

1) $\sqrt{26}$ и 5; 2) $6\sqrt{3}$ и $5\sqrt{4}$.

[1) $\sqrt{35}$ и 6; 2) $5\sqrt{6}$ и $4\sqrt{7}$.]

2. Вычислить:

1) $\sqrt{0{,}36\cdot 121}$; 2) $\sqrt{80\cdot 0{,}2}$; 3) $\dfrac{\sqrt{216}}{\sqrt{6}}$; 4) $\sqrt{(-8)^4}$.

[1) $\sqrt{144\cdot 0{,}49}$; 2) $\sqrt{72\cdot 0{,}5}$; 3) $\sqrt{6\frac{1}{4}}$; 4) $\sqrt{(-3)^6}$.]

3. Упростить выражение:

1) $\left(\sqrt{7}-\sqrt{3}\right)^2$; 2) $\left(\sqrt{10}-8\right)\left(\sqrt{10}+8\right)$;

3) $2\sqrt{50}-3\sqrt{8}+\sqrt{2}$.

[1) $\left(\sqrt{5}+\sqrt{2}\right)^2$; 2) $\left(\sqrt{3}-\sqrt{7}\right)\left(\sqrt{3}+\sqrt{7}\right)$;

3) $5\sqrt{12}-2\sqrt{27}-3\sqrt{3}$.]

4. Вынести множитель из-под знака корня:

$\sqrt{18x^3}$ при $x \geqslant 0$. $\left[\sqrt{50a^5}\right.$ при $\left.a \geqslant 0.\right]$

5. Сократить дробь

$\dfrac{a^2 - 5b^2}{a + b\sqrt{5}}$. $\left[\dfrac{x - y\sqrt{3}}{x^2 - 3y^2}.\right]$

6. Исключить иррациональность из знаменателя дроби:

1) $\dfrac{3}{\sqrt{21}}$; 2) $\dfrac{1}{5 - \sqrt{7}}$. $\left[\text{1) } \dfrac{5}{\sqrt{15}};\quad \text{2) } \dfrac{1}{\sqrt{11} - 2}.\right]$

7. Сократить дробь

$\dfrac{\sqrt{x^2 - 2x + 1}}{x - 1}$ при $x < 1$. $\left[\dfrac{\sqrt{4 - 4x + x^2}}{2 - x}\right.$ при $\left.x > 2.\right]$

ГЛАВА

IV Квадратные уравнения (26/29 ч)

Тема «Квадратные уравнения» является одной из важнейших в курсе алгебры, так как создаёт базу для дальнейшего развития при изучении квадратичной функции, квадратных неравенств, алгебраических уравнений и их систем, рассматриваемых в старшей школе.

В понятии квадратного уравнения большое значение имеет первый коэффициент, который по определению не равен нулю (в противном случае уравнение становится линейным). При $a = 1$ уравнение упрощается (его называют приведённым); при $a > 0$ (что преобразованиями сделать просто) легче проводить вычисления.

Изучение квадратных уравнений проводится поэтапно: сначала изучаются неполные квадратные уравнения, затем выводится общая формула корней и, наконец, рассматривается формула корней приведённого уравнения и теорема Виета.

Изучение квадратных уравнений начинается с решения уравнения $x^2 = d$, что связывает эту тему с понятием арифметического корня. Выделение в особую тему рассмотрения неполных квадратных уравнений обусловлено не только тем, что процесс их решения проще процесса решения квадратного уравнения общего случая, но и тем, что опирается он на известный учащимся способ решения уравнения разложением его левой части на множители (который в дальнейшем используется и при решении квадратных уравнений).

Метод выделения полного квадрата является достаточно трудным преобразованием при первом знакомстве с ним учащихся. Решая конкретные уравнения этим методом, учащиеся готовятся к его применению для вывода общей формулы корней и для исследования свойств квадратичной функции. В связи с этим полезно показать различные способы завершения решения уравнения этим методом.

Например, решение уравнения $x^2 - 4x - 12 = 0$ сводится к решению уравнения $(x - 2)^2 = 16$, которое можно завершить либо так: $x - 2 = \pm\sqrt{16}$, $x - 2 = \pm 4$, $x = 2 \pm 4$ и т. д., либо так: $(x - 2)^2 - 16 = 0$, $(x - 2 - 4)(x - 2 + 4) = 0$ и т. д.

При выводе общей формулы корней, приведённой в учебнике, можно детализировать переход от равенства

$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \left(\frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}\right)^2$ к равенству $x + \frac{b}{2a} = \pm\frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ так: $\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \left(\frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}\right)^2 = 0$, $\left(x + \frac{b}{2a} - \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}\right) \times$ $\times \left(x + \frac{b}{2a} + \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}\right) = 0$, откуда $x + \frac{b}{2a} = \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ или $x + \frac{b}{2a} = -\frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$; объединяя последние два равенства в одно, завершаем переход. Вывод формулы корней можно провести и по-другому:

$$ax^2 + bx + c = 0,\ a \neq 0,$$

$$4a^2x^2 + 4abx + 4ac = 0,$$

$$4a^2x^2 + 4abx = -4ac,$$

$$(2ax)^2 + 2 \cdot 2ax \cdot b + b^2 = b^2 - 4ac,$$

$$(2ax + b)^2 = b^2 - 4ac,$$

и далее, используя формулу $x = \pm\sqrt{d}$, где $d \geqslant 0$, для решения уравнения $x^2 = d$, получаем $2ax + b = \pm\sqrt{b^2 - 4ac}$ и т. д.

Важную роль в общей формуле корней играет выражение дискриминанта $D = b^2 - 4ac$, от знака которого зависит существование действительных корней.

Традиционно трудным является рассмотрение теоремы Виета. Наряду с прямой теоремой Виета формулируется и доказывается ей обратная.

По теореме, обратной теореме Виета, легко угадываются, например, корни уравнения $x^2 - 5x + 6 = 0$.

Разложение на множители использовалось при выводе формулы корней квадратного уравнения. В свою очередь, решение квадратного уравнения позволяет разложить на множители квадратный трёхчлен $ax^2 + bx + c = a(x - x_1) \times$ $\times (x - x_2)$, что в дальнейшем будет использоваться при изучении квадратичной функции и квадратных неравенств.

Сведение некоторых уравнений к квадратным технических трудностей не вызывает. Однако трудности связаны с возможностью появления посторонних корней. Понятия равносильности и следования на данном этапе не вводятся, а посторонние корни отсеиваются проверкой, которая становится необходимой частью решения.

Решение простейших систем уравнений, содержащих уравнения второй степени, не вызовет особых трудностей, так как способы решения таких систем (подстановки и сложения) учащимся знакомы. Рассматриваются новые для учащихся способы решения систем нелинейных уравнений: деление уравнений и введение вспомогательных неизвестных.

Решение текстовых задач в учебнике, как правило, приводит к уравнениям или системам, сводящимся к квадратным уравнениям.

Предметные цели:

- овладение представлением об одном из основных понятий школьного курса алгебры — понятием квадратного уравнения;
- овладение приёмами решения уравнений, сводящихся к квадратным; систем уравнений, содержащих квадратное уравнение;
- формирование умений решать текстовые задачи из различных разделов курса математики и прикладные задачи, математической моделью которых является квадратное уравнение.

Метапредметные цели:

- развитие представлений об идеях и методах математики как об универсальном языке науки и техники, о средстве моделирования реальных явлений и процессов;
- формирование умений выдвигать гипотезы при решении учебных задач и осознавать необходимость проверки результатов решения;
- формирование умений осознанно выбирать наиболее эффективные способы решения учебных и познавательных задач;
- формирование умений устанавливать причинно-следственные связи, строить логическое рассуждение, умозаключение и делать выводы;
- развитие умений осуществлять контроль своей деятельности в процессе достижения результата, корректировать свои действия в соответствии с изменяющейся ситуацией.

Личностные цели:

- воспитание ответственного отношения к учению на основе уважительного отношения к труду;
- формирование целостного научного мировоззрения;
- воспитание уважительного и доброжелательного отношения к другому человеку, готовности и способности вести диалог и достигать взаимопонимания.

В результате изучения главы IV все учащиеся должны уметь решать разнообразные квадратные уравнения, выполнять разложение квадратного трёхчлена на множители при выполнении упражнений типа **529, 530, 534, 536, 542, 545** (1, 5, 7) и из рубрики *Проверь себя!* (I уровень).

§ 25 Квадратное уравнение и его корни (2/2 ч)

Ц е л и   и з у ч е н и я   п а р а г р а ф а — введение понятия квадратного уравнения, обучение решению уравнения вида $x^2 = d$ при $d \geqslant 0$; формирование умений вводить и использовать обобщённые символы для решения учебных познавательных задач; демонстрация внутрипредметных связей курса алгебры.

Перед введением понятия квадратного уравнения рекомендуется повторить с учащимися учебный материал, сформулированный в рубрике *Нужно вспомнить*.

На различных этапах изучения данного параграфа могут быть полезны вводные упражнения и задания 1—4 из рабочих тетрадей, к ним можно добавить следующие у с т н ы е задания:

1. Выяснить, является ли число -1 корнем уравнения:

1) $2x - 1 = 0$; 2) $3x + 3 = 0$; 3) $(x - 2)(x + 1) = 0$.

2. Вычислить $\left(\sqrt{5}\right)^2$; $\left(-\sqrt{\frac{1}{3}}\right)^2$; $\left(\sqrt{a}\right)^2$, если $a \geqslant 0$.

3. Найти арифметический корень из числа 49; 0,64; 0; 160 000.

4. Представить в виде квадрата числа: 25; 0,04; 7; 8.

5. Разложить на множители:

1) $x^2 - 16$; 2) $x^2 - \frac{4}{9}$; 3) $x^2 - 3$.

6. Решить уравнение:

1) $(x - 5)(x + 1) = 0$;

2) $(x + 7)(x - 7) = 0$;

3) $\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 = 0$.

На п е р в о м уроке с помощью задачи 1 учитель подводит учащихся к новому для них виду уравнений — квадратному, акцентируя внимание на том, что в записи (1) $a \neq 0$ (в противном случае уравнение становится линейным). Выполняется устно упражнение **401**, после чего вводятся названия коэффициентов и свободного члена квадратного уравнения и выполняются упражнения **402, 403**.

Пользуясь текстом учебника (до задачи 2), учитель мотивирует широкое применение в различных областях знаний уравнений, приводимых к квадратным, пользуясь, например, сюжетами прикладных задач к главе. После этого учащиеся могут самостоятельно выполнить упражнения **404** и **405**.

Интересующиеся математикой учащиеся могут выполнить упражнения **414, 415,** а также решить задачу **572**.

На втором уроке рассматривается задача 2 текста параграфа и доказывается теорема. Рассматриваются случаи решения уравнения $x^2 = d$ при $d = 0$ и $d < 0$, после чего выполняются упражнения **406—412,** из них самостоятельно **408** (3, 5). Интересующимся математикой учащимся могут быть предложены упражнения **413** и **416**.

Всем учащимся желательно познакомиться с рубрикой *Диалог об истории* и уметь отвечать на следующие вопросы: «В каком веке в китайском трактате уже содержались задачи, приводящиеся к квадратным уравнениям?», «Знания каких дисциплин (кроме алгебры) нужны для решения данной задачи?», «Выскажите предположение, почему китайские математики не рассматривали отрицательные корни квадратного уравнения», «Что такое золотое сечение?».

Распределение учебного материала по урокам может быть следующим:

Номер урока	**Теоретический материал**	**Задания**		
		основные для работы в классе и дома	**для самостоятельной работы в классе**	**дополнительные**
1	§ 25, до задачи 2	ВУ; № 401—403; РТ № 5—7	№ 404, 405	№ 414, 415, 572
2	§ 25	УВ № 1—3; № 406—412; РТ № 8, 9	№ 408 (3, 5)	№ 413, 416; диалог об истории (с. 165)

В результате изучения параграфа все учащиеся должны уметь решать уравнения, аналогичные предложенным в упражнениях **408, 409,** и отвечать на устные вопросы к параграфу.

Решение упражнений

415. 1) $x^2 + 4x + 3 = x^2 + x + 3x + 3 = x(x + 1) + 3(x + 1) = (x + 1)(x + 3)$, $(x + 1)(x + 3) = 0$ при $x_1 = -1$, $x_2 = -3$.

2) $x^2 + 3x + 2 = x^2 + x + 2x + 2 = x(x + 1) + 2(x + 1) = (x + 1)(x + 2)$, $(x + 1)(x + 2) = 0$ при $x_1 = -1$, $x_2 = -2$.

416.

I способ. Если x_0 — корень уравнения $ax^2 + bx + c = 0$, то $ax_0^2 + bx_0 + c = 0$, откуда $c = -ax_0^2 - bx_0$. Уравнение $cx^2 + bx + a = 0$ запишем в виде $(-ax_0^2 - bx_0)x^2 + bx + a = 0$. $\frac{1}{x_0}$ — корень этого уравнения, так как при $x = \frac{1}{x_0}$ оно обращается в верное числовое равенство:

$$(-ax_0^2 - bx_0) \cdot \frac{1}{x_0^2} + b \cdot \frac{1}{x_0} + a = -a - \frac{b}{x_0} + \frac{b}{x_0} + a = 0,\ 0 = 0.$$

II способ. Найдём значение многочлена $cx^2 + bx + a$ при $x = \frac{1}{x_0}$:

$$\frac{c}{x_0^2} + \frac{b}{x_0} + a = \frac{c + bx_0 + ax_0^2}{x_0^2} = \frac{0}{x_0^2} = 0 \text{ (по условию).}$$

572. Пусть x — число участников турнира, тогда каждый игрок сыграл $(x - 1)$ партий. Число сыгранных партий $x(x - 1)$, что равно 56. Решим уравнение $x(x - 1) = 56$:

$$x^2 - x - 56 = 0,\ x^2 - 8x + 7x - 56 = 0,$$

$$x(x - 8) + 7(x - 8) = 0,\ (x - 8)(x + 7) = 0,$$

$$x_1 = 8,\ x_2 = -7.$$

Ответ. 8 участников.

§ 26 Неполные квадратные уравнения (1/1 ч)

Цели изучения параграфа — обучение учащихся решать неполные квадратные уравнения; формирование умения осознанно выбирать наиболее эффективные способы решения учебных и познавательных задач.

Желательно, чтобы в ходе изучения материала параграфа учащиеся самостоятельно сделали вывод о приёмах решения неполных квадратных уравнений и с помощью учителя записали их в общем виде следующим образом:

1) $ax^2 = 0$ $(a \neq 0)$ — делением обеих частей уравнения на a;
2) $ax^2 + c = 0$ — сведением к виду $x^2 = d$;
3) $ax^2 + bx = 0$ — разложением левой части уравнения на множители.

Ранее изученный материал, указанный в рубрике *Нужно вспомнить*, можно повторить с помощью вводных упражнений.

После перечисления всех видов неполных квадратных уравнений с помощью задач 1—4 на конкретных примерах рассматриваются алгоритмы решений этих уравнений и делается вывод, сформулированный выше. С большей долей самостоятельности учащиеся выполняют упражнения **417—422**. При наличии времени выполняются задания **423—427** и практическая задача № 2. Дополнительно можно выполнить задания № 9, 11, 12 из рабочих тетрадей.

В результате изучения рубрики *Разговор о важном* (с. 168) учащиеся должны уметь отвечать на следующие вопросы: «Как рассуждала девочка при составлении уравнения для решения задачи Диофанта?», «Почему Диофант утверждал, что искомые в его задаче числа не могут быть равными?», «Почему одно из искомых чисел больше половины их суммы на x, а другое меньше половины их суммы также на x?», «Какое из двух первоначально предложенных Профессором уравнений было составлено в результате рассуждений, предложенных Диофантом?», «В чём заключалась «хитрость» Диофанта?».

В результате изучения параграфа все учащиеся должны решать уравнения, аналогичные предложенным в упражнениях **417—419**, и отвечать на устные вопросы к параграфу.

§ 27 Метод выделения полного квадрата (1/1 ч)

Цели изучения параграфа — знакомство учащихся с методом выделения полного квадрата и демонстрация с его помощью решения квадратных уравнений; развитие умений понимать алгоритмические предписания и действовать в соответствии с предложенным алгоритмом.

Урок можно начать с проверочной самостоятельной работы (на 5—7 мин):

Решить уравнение:

1) $x^2 - 0,25 = 0$; 2) $3x^2 - 48 = 0$;

3) $1,7x^2 = 0$; 4) $7x^2 - x = 0$.

[1) $x^2 - 0,49 = 0$; 2) $2x^2 - 50 = 0$;

3) $\frac{1}{3}x^2 = 0$; 4) $x - 5x^2 = 0$.]

После проверки в классе самостоятельной работы с целью актуализации знаний полезно повторить формулы квадрата суммы и квадрата разности при выполнении вводного упражнения 1; показать, как представить, например, одночлен $6x$ в виде удвоенного произведения $2 \cdot x \cdot 3$ в ходе выполнения вводных упражнений 2 и 3; затем устно рассмотреть решение уравнения типа $(x - 1)^2 = 16$. Можно воспользоваться заданием 4 (2) из рабочих тетрадей.

Учитель вправе выбрать, с помощью каких задач параграфа проиллюстрировать применение метода выделения полного квадрата для решения уравнений, но в результате необходимо обсудить ответы на вопросы из рубрики *Устные вопросы и задания*. На уроке выполняются упражнения **428—430**, № 5 из рабочих тетрадей, а при наличии времени — **431** и **432**, практические задачи № 3 и № 6 из дидактических материалов.

Метод выделения полного квадрата будет использован для вывода формулы корней квадратного уравнения и для исследования квадратичной функции. Хотя этим методом можно решать любое квадратное уравнение, он не рассматривается как основной приём решения таких уравнений.

В результате изучения рубрики *Диалог об истории* (с. 172) учащиеся (особенно те, кто интересуется математикой) должны уметь отвечать на следующие вопросы: «Как в настоящее время называется каждое из шести видов уравнений, рассматривавшихся ал-Хорезми?», «Почему любое линейное или квадратное уравнение ал-Хорезми приводил к одному из указанных шести видов?», «Почему для решения уравнения $x^2 + 10x = 39$ ал-Хорезми рассматривал квадрат со стороной $(x + 5)$?», «Приведите метод выделения полного квадрата для решения уравнения $x^2 + 10x = 39$».

В результате изучения параграфа все учащиеся должны справляться с выполнением упражнений типа **429** и уметь отвечать на устные вопросы к параграфу.

Решение упражнений

432. 1) $2x^2 + 3x - 5 = 0$,

$$x^2 + \frac{3}{2}x - \frac{5}{2} = 0, \qquad x^2 + \frac{3}{2}x = \frac{5}{2},$$

$$x^2 + 2 \cdot \frac{3}{4}x + \frac{9}{16} = \frac{5}{2} + \frac{9}{16},$$

$$\left(x + \frac{3}{4}\right)^2 = \frac{49}{16}, \qquad x + \frac{3}{4} = \pm\frac{7}{4},$$

$$x_1 = \frac{7}{4} - \frac{3}{4} = \frac{4}{4} = 1, \qquad x_2 = -\frac{7}{4} - \frac{3}{4} = -\frac{10}{4} = -2\frac{1}{2}.$$

§ 28 Решение квадратных уравнений (3/4 ч)

Цели изучения параграфа — формирование у учащихся умения применять формулу корней квадратного уравнения; развитие умения ставить перед собой новые задачи в учёбе и познавательной деятельности.

Первый урок можно начать с повторения ранее пройденного материала (с помощью вводных упражнений) и решения уравнения (например, **530 (1)** методом выделения полного квадрата с целью подготовки учащихся к выводу формулы корней квадратного уравнения. При этом можно обратить внимание учащихся на то, что решение каждого уравнения методом выделения полного квадрата требует достаточно сложных преобразований. Поэтому возникла идея применения этого метода при решении квадратного уравнения в общем виде с целью вывода универсальной формулы корней квадратного уравнения. Далее учитель с помощью учащихся выводит общую формулу корней квадратного уравнения и на примерах решения задачи 1 и упражнений **433—435** показывает её применение. Упражнение **435** (5, 7) учащиеся могут выполнить самостоятельно.

Второй урок желательно начать с обсуждения ответов на вводные упражнения 1—3 и выполнения задания 1 из рабочих тетрадей, а затем провести самостоятельную работу, аналогичную домашним заданиям (и проверить её в классе).

Решить квадратное уравнение:

1) $x^2 - 5x + 6 = 0$; 2) $5x^2 + 7x - 8 = 0$.

[1) $x^2 - 3x - 4 = 0$; 2) $9x^2 - 6x - 5 = 0$.]

После этой работы следует рассмотреть задачи 2—4 текста учебника, сделать вывод о возможности применения формулы (2) и в случае, когда $D < 0$, закрепить полученные знания при выполнении упражнений **436—438**.

На третьем уроке рассматривается задача 5 текста параграфа; формула (3) корней уравнения с чётным вторым коэффициентом применяется при решении задачи 6 текста учебника и при выполнении упражнения **444**. Запоминания этой формулы от всех учащихся можно не требовать, а при выполнении следующих заданий из упражнений **439—441** школьники вправе применять общую формулу (2) корней квадратного уравнения.

На этом уроке рекомендуется провести проверочную самостоятельную работу, например, такого содержания:

Решить уравнение:

1) $3x^2 - 7x + 4 = 0$; 2) $4x^2 - 12x + 9 = 0$;
3) $5x^2 - 6x + 2 = 0$; 4) $x^2 - x - 12 = 0$.
[1) $7x^2 - 4x + 4 = 0$; 2) $3x^2 + 7x + 2 = 0$;
3) $9x^2 - 12x + 4 = 0$; 4) $x^2 - 3x - 10 = 0$.]

На одном из уроков по теме желательно обсудить рубрику *Диалог об истории*. В этом диалоге содержится много материала, способного сориентировать учащихся в выборе темы исследовательской работы. Поэтому после обсуждения диалога следует предложить учащимся определиться с темой предстоящего исследования.

В результате изучения диалога учащиеся должны отвечать на следующие вопросы: «Какой математик одним из первых предложил формулу корней квадратного уравнения вида $ax^2 + bx + c = 0$, где $a > 0$?», «Какой европейский учёный первым представил формулу корней квадратного уравнения?», «Благодаря работам каких учёных формулы корней квадратных уравнений приобрели современный вид?», «В какое время жил Омар Хайям и в какой стране он родился?», «В каких областях знаний добился выдающихся успехов Омар Хайям?», «Какие учёные нашли формулы для решения кубических уравнений и кто первым опубликовал их?», «Какие ещё четверостишия Омара Хайяма вы знаете?».

Распределение учебного материала по урокам:

Номер урока	Теоретический материал	Задания		
		основные для работы в классе и дома	для самостоятельной работы в классе	дополнительные
1	§ 28, до задачи 2	ВУ; № 530 (1), 433—435	№ 435 (5, 7)	№ 445; ДМ № 8; ПЗ № 4, 5
2	§ 28, задачи 2—4	УВ № 1—3; РТ № 1; № 436—438; РТ № 2	Самостоятельная работа из текста пособия	№ 448, 449; ДМ № 14; диалог об истории (с. 177)
3	§ 28, задачи 5, 6	УВ № 5, 6; № 439—441, 444	Самостоятельная работа из текста пособия	№ 446, 447; ДМ № 9, 10, 12; РТ № 6, 7

В результате изучения параграфа все учащиеся должны научиться применять формулу (2) при выполнении упражнений типа **434**, **436**, **437** и отвечать на устные вопросы к параграфу.

Решение упражнений

448. Корни уравнения $x_{1,2} = \dfrac{-p \pm \sqrt{p^2+4}}{2}$.

Так как $\sqrt{p^2+4} \neq 0$ при любом p, то $x_1 \neq x_2$.

449. Корни уравнения $x_{1,2} = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2+4a^2}}{2a}$.

Так как $\sqrt{b^2+4a^2} \neq 0$ при любом $a \neq 0$ и любом b, то $x_1 \neq x_2$.

§ 29 Приведённое квадратное уравнение. Теорема Виета (2/3 ч)

Цели изучения параграфа — знакомство учащихся с формулой корней приведённого квадратного уравнения; демонстрация того, что с помощью этой формулы проще решаются приведённые квадратные уравнения со вторым чётным коэффициентом, и того, что знание формул Виета для решения некоторых задач даёт ряд преимуществ; обучение учащихся разложению квадратного трёхчлена на множители; формирование умений корректировать свои действия в соответствии с изменяющейся ситуацией.

Изучение теоремы Виета в 8 классе носит вспомогательный характер. Одна из основных целей её рассмотрения — возможность с её помощью доказать теорему о разложении квадратного трёхчлена на множители.

Учителю следует иметь в виду, что владение теоремой Виета и ей обратной позволяет решать ряд интересных задач (нередко встречающихся в вариантах ЕГЭ). В связи с этим на протяжении изучения последующих разделов курса алгебры стоит поддерживать умение сильных учащихся применять формулы Виета.

От всех учащихся не следует требовать воспроизведения доказательства теорем, основное время надо уделить выполнению упражнений типа **456**, **457**, **461**, **462** (3), **464**.

На первом уроке с помощью вводных упражнений 1—3 повторяется необходимый материал, а затем рассматривается теоретическая часть параграфа до задачи 2. После рассмотрения задачи 1 следует дать возможность учащимся самостоятельно убедиться в преимуществах использования формулы (3) при решении приведённых квадратных уравнений с чётным вторым коэффициентом. С этой целью выполняется упражнение **450** (1—4).

После доказательства учителем теоремы Виета нужно сделать акцент на иллюстрации справедливости этой теоремы в конкретных случаях (примеры перед задачей 2), разобрать задачи 2—4 текста параграфа, устно выполнить упражнения **451—454** и письменно **455** (можно использовать задания № 5—7 из рабочих тетрадей).

На втором уроке после устной работы (задания которой могут дублировать упражнения типа **452** и **454** или № 10 из рабочей тетради, а также вводные упражнения 5, 6) формулируется теорема, обратная теореме Виета, показывается её значимость при решении задач 5 и 6 текста параграфа, после чего учащиеся с увеличением доли самостоятельности в работе выполняют упражнение **456**.

После введения понятия квадратного трёхчлена доказывается теорема о разложении квадратного трёхчлена, имеющего корни, на множители, затем выполняются упражнения **457** и **458**. При наличии времени желательно решить уравнения из упражнения **459**, демонстрирующие преимущества знания формул Виета для решения некоторых квадратных уравнений с иррациональными коэффициентами (при этом повторяются действия с корнями). Интересующимся математикой учащимся рекомендуется предложить упражнения **465—467**.

Рубрика *Это интересно* является логическим продолжением учебного материала параграфа. Рекомендуется обсудить этот диалог со всем классом и предложить дома найти корни некоторых уравнений с целочисленными коэффициентами, степени которых выше, чем вторая.

Например, можно предложить решить такие уравнения:

1) $x^3 - x^2 - 8x + 6 = 0$;

2) $x^4 + x^3 - 4x^2 - 2x + 4 = 0$;

3) $6x^3 + 11x^2 - 3x - 2 = 0$;

4) $4x^4 + 4x^3 - 3x^2 - 2x + 1 = 0$.

Распределение учебного материала по урокам может быть следующим:

Номер урока	Теоретический материал	Задания: основные для работы в классе и дома	Задания: для самостоятельной работы в классе	Задания: дополнительные
1	§ 29, до теоремы, обратной теореме Ф. Виета	ВУ № 1—3; № 450—455; РТ № 5—7	№ 450 (5, 7), 455 (3)	№ 465; ДМ № 12, 13
2	§ 29	ВУ № 5, 6; РТ № 10; № 456—459; РТ № 16	№ 456 (3), 457 (5), 458 (3)	№ 466, 467; это интересно (с. 186); ДМ № 14; РТ № 18

В результате изучения параграфа все учащиеся должны знать формулы Виета и формулу (5), научиться выполнять упражнения типа **456, 457** и отвечать на устные вопросы к параграфу.

Решение упражнений

466. $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{x_2 + x_1}{x_1 \cdot x_2}$.

1) По теореме Виета

$$x_1 + x_2 = \frac{8}{3}, \quad (1)$$

$$x_1 \cdot x_2 = -5, \quad (2)$$

поэтому $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{\frac{8}{3}}{-5} = -\frac{8}{15}$.

2) $x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2$; согласно равенствам (1) и (2)

$$x_1^2 + x_2^2 = \left(\frac{8}{3}\right)^2 - 2 \cdot (-5) = \frac{64}{9} + 10 = 17\frac{1}{9}.$$

3) $\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1} = \frac{x_1^2 + x_2^2}{x_1x_2}$. Согласно результатам решения предыдущего задания и равенству (2) имеем $\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1} = \frac{17\frac{1}{9}}{-5} = -3\frac{19}{45}$.

4) $x_1^3 + x_2^3 = (x_1 + x_2)(x_1^2 - x_1x_2 + x_2^2)$. Согласно равенствам (1) и (2) и результатам решения задания 2 имеем

$$x_1^3 + x_2^3 = \frac{8}{3} \cdot \left(17\frac{1}{9} - (-5)\right) = \frac{8}{3} \cdot 22\frac{1}{9} = 58\frac{26}{27}.$$

§ 30 Уравнения, сводящиеся к квадратным (3/3 ч)

Ц е л и   и з у ч е н и я   п а р а г р а ф а — обучение решению биквадратных уравнений и некоторых видов уравнений с неизвестным в знаменателе, сводящихся к квадратным; формирование умений организовывать учебное сотрудничество и совместную деятельность с учителем и сверстниками.

Учебный материал параграфа является традиционно трудным для многих школьников. Целесообразно на этих уроках организовать групповую работу, что позволит учащимся с разным уровнем подготовки лучше усвоить методы решения уравнений, сводящихся к квадратным.

Первый урок можно начать с устной работы, используя вводные упражнения 1, 2, 4 (№ 1—3 из рабочей тетради).

Вводное упражнение 4 (4) даст возможность при разборе задачи 1 текста параграфа устно найти корни уравнения $t^2 - 7t + 12 = 0$.

После введения понятия биквадратного уравнения разбирается задача 2 учебника (с учителем или самостоятельно в группах) и выполняются упражнения **468—469**, **472**, **474**.

На втором уроке после выполнения вводных упражнений 3, 5 разбираются задачи 3 и 4, вводится понятие постороннего корня и делается вывод о необходимости проверки при решении уравнений, содержащих неизвестное в знаменателе дроби. Выполняются упражнения **470**, **471** всем классом и **536** (1) самостоятельно.

На третьем уроке выполняется вводное упражнение 6, затем разбирается задача 5, отличающаяся по уровню сложности от задач 3 и 4 тем, что предварительно знаменатель одной из дробей раскладывается на множители, после чего определяется выражение, на которое умножаются обе части уравнения для приведения его к виду квадратного. После этого выполняются упражнения **473**, **536** (3), **553**.

На этом уроке можно провести проверочную самостоятельную работу по материалу § 29—30:

1. Записать приведённое квадратное уравнение, имеющее корни $x_1 = 4$, $x_2 = -5$. [$x_1 = -3$, $x_2 = 6$.]

2. Сократить дробь $\frac{x^2 - 8x + 15}{x - 3}$. $\left[\frac{x + 7}{x^2 + 8x + 7}.\right]$

3. Решить уравнение $\frac{x}{x^2 - 1} - \frac{3}{x + 1} = 0$. $\left[\frac{3}{x - 1} - \frac{x}{x^2 - 1} = 0.\right]$

4*. 551 (3). [551 (4).]

После изучения рубрики *Это интересно* можно предложить каждой группе учащихся (если работа была организована в группах) составить уравнения, решающиеся аналогично примеру, разобранному в диалоге, обменяться составленными уравнениями и решить их.

Материал рубрики *Шаг вперёд* изучается учащимися, интересующимися математикой. Желательно, чтобы они решили задание, предложенное для самостоятельного выполнения. (Ответ. При $a = -8$ и $a = 4$.)

Распределение учебного материала по урокам может быть следующим:

Номер урока	Теоретический материал	Задания		
		основные для работы в классе и дома	для самостоятельной работы в классе	дополнительные
1	§ 30, до задачи 3	ВУ № 1, 2, 4; РТ № 1—3; № 468, 469, 472	№ 468 (3), 469 (3)	№ 474; ДМ № 11; РТ № 7
2	§ 30, задачи 3 и 4	ВУ № 3, 5; № 470, 471; ДМ № 7, 8; РТ № 5, 6	№ 536 (1)	Это интересно (с. 191); ДМ № 9
3	§ 30, задача 5	ВУ № 6; № 473, 536 (3)	Самостоятельная работа из текста пособия	Шаг вперёд (с. 192); ДМ № 12, 13

В результате изучения параграфа все учащиеся должны решать уравнения, аналогичные предложенным в упражнениях **468—470**, и отвечать на устные вопросы к параграфу.

Решение упражнений

474. 1) Обозначим $(x - 1)^2 = t$. Тогда уравнение примет вид $t^2 - 5t + 4 = 0$, откуда $t_1 = 1$, $t_2 = 4$. Уравнение $(x - 1)^2 = 1$ приводится к виду $x^2 - 2x = 0$, его корни $x_1 = 0$ и $x_2 = 2$. Уравнение $(x - 1)^2 = 4$ приводится к виду $x^2 - 2x - 3 = 0$, его корни $x_1 = 3$ и $x_2 = -1$.

Ответ. $x_1 = -1$, $x_2 = 0$, $x_3 = 2$, $x_4 = 3$.

§ 31 Решение задач с помощью квадратных уравнений (4/4 ч)

Цели изучения параграфа — обучение самостоятельному составлению квадратных уравнений по условиям текстовых задач и решению их с использованием ранее сформированных навыков; формирование умений оценивать правильность выполнения учебной задачи, собственные возможности её решения.

Учащиеся должны знать, что решение задачи с помощью составления уравнения следует начинать с анализа её условия; должны научиться выбирать неизвестное, выявлять зависимости между неизвестной и исходными величинами,

записывать эти зависимости в виде алгебраических выражений, обосновывать составление уравнения. Учащиеся должны мысленно выделять 3 этапа решения задачи:
1) составление уравнения;
2) решение полученного уравнения;
3) выбор верного ответа.

Чтобы у учащихся активнее формировалось умение в составлении уравнения по условию задачи, можно некоторые текстовые задачи решать в классе не полностью, лишь составив уравнение. С этой целью можно использовать и задачи § 31 из дидактических материалов (слабым учащимся — № 1—8 из рабочей тетради). Возвращаться к решению текстовых задач рекомендуется в течение изучения последующего курса алгебры 8—9 классов.

При решении задачи с геометрической фабулой рекомендуется делать к ней рисунок, на котором будут указаны данные в условии задачи величины, а также величины, выраженные через введённую неизвестную величину. Оформить решение можно так:

483. Пусть x см — длина стороны квадратного листа $ABCD$ (рис. 10), тогда $x(x-6)$ см^2 — площадь оставшейся части листа. По условию задачи эта площадь равна 135 см^2, следовательно, $x(x-6) = 135$.

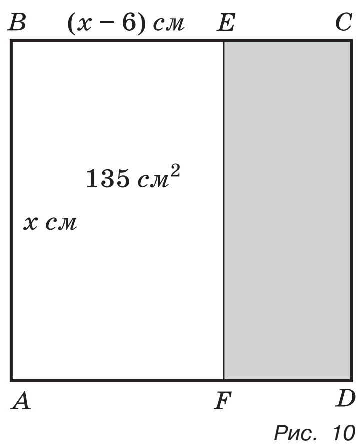

Рис. 10

Решим полученное уравнение:

$$x^2 - 6x - 135 = 0;$$

$$x_{1,\,2} = 3 \pm \sqrt{9 + 135} = 3 \pm 12;$$

$$x_1 = -9,\ x_2 = 15.$$

Так как длина стороны квадрата выражается положительным числом, то $x = 15$.

Ответ. 15 см.

488.

	Скорость (км/ч)	**Путь (км)**	**Время (ч)**
Движение поезда по расписанию	x	60	$\frac{60}{x}$
Движение поезда после задержки	$x + 12$	60	$\frac{60}{x+12}$

Так как поезд был задержан на 10 мин $\left(\frac{1}{6}\text{ ч}\right)$ в середине пути, но после увеличения скорости прибыл в B по расписанию, то время движения на первой половине пути больше времени движения на второй половине пути на $\frac{1}{6}$ ч, т. е.

$$\frac{60}{x} - \frac{1}{6} = \frac{60}{x + 12}.$$

Решим это уравнение, умножив обе его части на $6x(x + 12)$:

$360(x + 12) - x(x + 12) = 360x$,

$360x + 4320 - x^2 - 12x - 360x = 0$,

$x^2 + 12x - 4320 = 0$,

$x_{1,2} = -6 \pm \sqrt{36 + 4320} = -6 \pm 66$, откуда

$x_1 = -72$, $x_2 = 60$.

Посторонних корней уравнение не имеет, но скорость поезда может быть выражена только положительным числом, поэтому $x = 60$.

Ответ. 60 км/ч.

На первом уроке рассматривается вводное упражнение 1, актуализируются геометрические и физические знания учащихся, используемые при решении задач параграфа; рассматривается задача 1 текста учебника, выполняются упражнения **476**, **477**, **478**, **483**, **484**.

На втором уроке рассматриваются вводные упражнения 2 и 3, устно решаются простейшие задачи на разные виды движения; после разбора решения задачи 2 параграфа выполняются упражнения **480**, **481**, **541**, **542**, **485**, **487** и при наличии времени **488**.

На третьем уроке рекомендуется вспомнить понятия производительности труда и производительности при совместной работе в ходе выполнения вводного упражнения 4. Затем разобрать задачу 3 параграфа и выполнить упражнения **482**, **486**, **543**, **554**.

На четвёртом уроке обсуждаются ответы на устные вопросы к параграфу, затем учитель анализирует с помощью учащихся упражнения **539, 540, 555, 489** и проводит самостоятельную работу (можно использовать задания из рабочей тетради):

1. 537. [538.]

2. Для штамповки одинаковых деталей были использованы два станка. На первом изготовили 160 деталей. На втором изготовляли в час на 3 детали меньше, чем на первом, и, работая на 6 ч больше, чем на первом, отштамповали 130 деталей. Сколько деталей в час изготовляли на первом станке?

[На посадке деревьев работали две бригады. Первая бригада ежедневно высаживала на 20 деревьев меньше, чем вторая, и посадила 350 деревьев. Вторая бригада работала на один день меньше первой и посадила 360 деревьев. Сколько деревьев в день высаживала вторая бригада?]

Рубрика *Диалог об истории*, так же как и рубрика *Шаг вперёд,* расширяет кругозор учащихся, позволяет осознанно анализировать увиденные произведения искусства и архитектуры. Желательно, чтобы все учащиеся, изучив первый из диалогов, смогли ответить на вопросы: «При каком условии можно говорить о появлении золотого сечения?», «С помощью какого приёма решалось уравнение, позволяющее найти значение отношения двух отрезков, образующих золотое сечение?», «Каково числовое значение отношения длин отрезков, образующих золотое сечение?». Учащимся, интересующимся математикой, полезно ознакомиться с числовым рядом Фибоначчи более подробно.

Распределение учебного материала по урокам может быть следующим:

Номер урока	Теоретический материал	Задания		
		основные для работы в классе и дома	**для самостоятельной работы в классе**	**дополнительные**
1	§ 31, задача 1	ВУ № 1; РТ № 1—3, 10; № 476—479	Составить уравнение для решения задачи 477 (2)	№ 483, 484; ДМ № 4; диалог об истории (с. 198)

Продолжение

Номер урока	Теоретический материал	Задания		
		основные для работы в классе и дома	для самостоятельной работы в классе	дополнительные
2	§ 31, задача 2	ВУ № 2, 3; РТ № 4, 6; № 480, 481, 485, 487	№ 542 — составить уравнение	№ 488; ДМ № 6, 7; ПЗ № 4,5
3	§ 31, задача 3	ВУ № 4; РТ № 5, 7, 8; № 482, 486, 543, 556	№ 544 — составить уравнение	№ 563; ДМ № 5, 8; шаг вперёд (с. 199)
4	§ 31	УВ; анализ условий задач № 539, 540, 555, 489	Самостоятельная работа из текста пособия	№ 490, 491; ДМ № 9

В результате изучения параграфа все учащиеся должны научиться решать задачи типа **476, 478, 481** с помощью составления уравнений и отвечать на устные вопросы к параграфу.

§ 32 Решение простейших систем, содержащих уравнение второй степени (3/3 ч)

Ц е л и   и з у ч е н и я   п а р а г р а ф а — обучение решению простейших систем двух уравнений, содержащих уравнение второй степени; развитие умений осознанно выбирать алгоритмическое предписание и действовать в соответствии с выбранным алгоритмом.

На п е р в о м уроке в ходе решения двух систем уравнений первой степени с двумя неизвестными (вводные упражнения 1—3 и **492** (1, 4) повторяются способы решения систем подстановкой и алгебраическим сложением. Затем с помощью задачи 1 текста параграфа мотивируется необходимость обучения решению систем уравнений, содержащих уравнение второй степени (учащиеся должны понять, что задачу 1 с помощью знакомого им способа введения одного неизвестного и составления одного уравнения решить затруднительно). Способ решения системы (1) можно зафиксировать при выполнении упражнения **497**. Умение решать способом подстановки системы уравнений, содержащие одно уравнение первой, другое — второй степени, формируется при выполнении упражнений **493** и **494**.

На втором уроке учащиеся отвечают на вопросы вводного упражнения 4 и № 7 из рабочей тетради и после разбора задачи 2 текста параграфа решают системы из упражнения **495** с применением теоремы, обратной теореме Виета. На этом же уроке можно рассмотреть задачу 4 параграфа и упражнения **496, 504**.

Для работы дома после этого урока, помимо выполнения упражнений, аналогичных решённым в классе, полезно предложить разобрать самостоятельно решение задачи 3 текста учебника.

На третьем уроке обсуждаются ответы на устные вопросы к параграфу и выполняются упражнения **500** (самостоятельно, с проверкой в классе) и **501—503** по выбору учителя. Интересующимся математикой предлагаются упражнения **506, 507**.

Распределение учебного материала по урокам может быть следующим:

Номер урока	Теоретический материал	Задания		
		основные для работы в классе и дома	для самостоятельной работы в классе	дополнительные
1	§ 32, задача 1	ВУ № 1—3; № 492—494, 497; РТ № 6	№ 493 (3), 494 (3)	ДМ № 8
2	§ 32, задача 2	ВУ № 4; РТ № 7; № 495, 496, 504; ДМ № 3, 4	№ 495 (3), 496 (3)	№ 505; ДМ № 6
3	§ 32, задача 3	УВ; № 501—503; ДМ № 2; РТ № 8	№ 500 (2, 3)	ДМ № 5; № 506, 507

В результате изучения параграфа все учащиеся должны научиться решать способом подстановки системы уравнений, аналогичные предложенным в упражнениях **493—496.**

Решение упражнений

503. 1) Запишем второе уравнение системы так:

$$\left(\sqrt{x}-\sqrt{y}\right)\left(\sqrt{x}+\sqrt{y}\right)=16.$$

Подставляя в него из первого уравнения $\sqrt{x} + \sqrt{y} = 8$, получим

$$\left(\sqrt{x} - \sqrt{y}\right) \cdot 8 = 16, \text{ откуда } \sqrt{x} - \sqrt{y} = 2.$$

Итак, $\begin{cases} \sqrt{x} + \sqrt{y} = 8, \\ \sqrt{x} - \sqrt{y} = 2. \end{cases}$

Решая эту систему способом сложения, найдём $\sqrt{x} = 5$, $\sqrt{y} = 3$, откуда $x = 25$, $y = 9$.

505. Пусть a — число десятков, b — число единиц рассматриваемого двузначного числа. Тогда само число равно $10a + b$. По условию задачи составим систему уравнений

$$\begin{cases} 6(a + b) = 10a + b - 4, \\ 2ab = 10a + b - 16. \end{cases}$$

Решим эту систему: $\begin{cases} 4a - 5b = 4, \\ 10a + b - 2ab = 16. \end{cases}$

Из первого уравнения выразим b через a: $b = \frac{4a - 4}{5}$.

Подставим вместо b это выражение во второе уравнение:

$$10a + \frac{4a - 4}{5} - \frac{4a - 4}{5} \cdot 2a - 16 = 0 \Big| \cdot \frac{5}{2},$$

$$25a + 2a - 2 - 4a^2 + 4a - 40 = 0,$$

$$4a^2 - 31a + 42 = 0,\ a_{1,\ 2} = \frac{31 \pm 17}{8},$$

$a_1 = 6$, $a_2 = \frac{7}{4}$ — не удовлетворяет условию задачи.

Итак, $a = 6$, $b = \frac{4 \cdot 6 - 4}{5} = 4$.

Ответ. 64.

506. 1) $\begin{cases} x + y = 5, \text{ откуда } x = 5 - y, \\ (x + y)(x^2 - xy + y^2) = 35, \end{cases}$

откуда $5(x^2 - xy + y^2) = 35$ и $(5 - y)^2 - (5 - y) \cdot y + y^2 = 7$,

$25 - 10y + y^2 - 5y + y^2 + y^2 = 7$,

$3y^2 - 15y + 18 = 0$, $y^2 - 5y + 6 = 0$,

$y_1 = 3$, $y_2 = 2$; $x_1 = 2$, $x_2 = 3$.

Ответ. (2; 3), (3; 2).

507. Пусть x км/ч — скорость теплохода, тогда $(x-8)$ км/ч — скорость катера в стоячей воде, y км/ч — скорость течения реки. По условию

$$\begin{cases} \dfrac{1{,}5}{x+y} = \dfrac{1}{x-8+y}, \\ \dfrac{2}{x-y} = \dfrac{1}{x-8-y}. \end{cases}$$

Упростив эту систему, получим $\begin{cases} x+y=24, \\ x-y=16, \end{cases}$ откуда $x=20$, $x-8=12$.

§ 33 Различные способы решения систем уравнений (3/3 ч)

Ц е л и   и з у ч е н и я   п а р а г р а ф а — расширение представлений учащихся о возможностях применения способа подстановки при решении систем уравнений, знакомство с примерами решения систем, содержащих уравнения не только первой и второй степеней; развитие умений видеть различные стратегии решения задач.

Материал параграфа позволяет обобщить и систематизировать знания учащихся о способах решения систем уравнений.

В процессе решения задач 1—5 учащиеся убеждаются, что способ подстановки достаточно универсален и часто используется в разных системах и на разных этапах решения. При решении задач 1, 4, 7 применяются различные свойства уравнений; решая задачу 6, учащиеся применяют введение нового неизвестного; при выполнении задач 4 и 5 используют метод разложения на множители.

П е р в ы й урок желательно начать с вводных упражнений 1 и 2, которые позволят плавно перейти к рассмотрению задачи 1 текста параграфа и затем к выполнению упражнения **508**. После повторения способов сложения и подстановки на примере задачи 1 и упражнения **508** перейти к заданиям из упражнений **509**, **512**, затем решить задачу 2 и выполнить упражнение **515**.

На   в т о р о м   уроке можно выполнить упражнения на закрепление методов решения систем, рассмотренных в предыдущем параграфе на примере упражнений **510**, **511**, перейти к вводным упражнениям 3, 4 и рассмотрению задач 3, 4, 5 и упражнений **514**, **516**, **517**.

Т р е т и й урок посвятить выполнению тех заданий из упражнений **514—517**, которые не были выполнены на предыдущих уроках, по возможности разобрать задачи 6 и 7.

Изучая материал рубрики *Шаг вперёд,* учащиеся повторяют метод замены неизвестного и знакомятся с понятием однородного уравнения.

В результате анализа системы и выбора пути её решения учащиеся должны ответить на вопросы: «Почему необходимо было ответить на вопрос, поставленный Профессором в первом монологе, прежде чем преобразовывать систему?», «Зачем первое уравнение системы разделили на y^2?», «Почему подстановка $y = x$ во второе уравнение не даёт корней?», «Какое из уравнений в системах для самостоятельного решения является однородным?», «Приведите пример однородного уравнения 2-й степени, 3-й степени».

Распределение учебного материала по урокам может быть следующим:

Номер урока	Теоретический материал	Задания		
		основные для работы в классе и дома	для самостоятельной работы в классе	дополнительные
1	§ 33, задачи 1 и 2	ВУ № 1, 2; № 508, 509, 512 (4), 515 (1, 2)	№ 512 (3)	№ 561
2	§ 33, задачи 3, 4, 5	№ 510, 511; ВУ № 3, 4; № 514 (1, 2), 516, 517 (1, 2)	№ 514 (3), 510 (1)	№ 562 (1, 2)
3	§ 33, задачи 6, 7	УВ; № 514 (4), 515 (4), 517 (3, 4), 518 (1)	Тест 4	№ 519, 562 (3, 4); шаг вперёд (с. 209)

В результате изучения параграфа все учащиеся должны уметь применять способ подстановки при выполнении упражнений **514, 515** и уметь отвечать на устные вопросы к параграфу.

Решение упражнений

519. 2) $\begin{cases} xz + yz = 16, \\ xy + yz = 15, \\ xz + xy = 7. \end{cases}$

I способ.

Сложив все уравнения системы, получим $2(xy + xz + yz) = 38$, откуда $xy + xz + yz = 19$. Отсюда, используя первое уравнение системы, получим $xy + 16 = 19$, $xy = 3$.

Аналогично из второго и третьего уравнений находим $xz = 4$, $yz = 12$. Таким образом, задача сводится к решению системы

$$\begin{cases} xy = 3, \\ yz = 12, \\ xz = 4. \end{cases} \qquad (1)$$

Перемножив уравнения этой системы, получим $(xyz)^2 = 12^2$, откуда $xyz = 12$ или $xyz = -12$.

Если $xyz = 12$, то из первого уравнения системы (1) находим $z = 4$, а из второго и третьего получаем $x = 1$, $y = 3$.

Аналогично, если $xyz = -12$, то $x = -1$, $y = -3$, $z = -4$.

Ответ. (1; 3; 4), (−1; −3; −4).

II способ.

Вычтем второе уравнение из первого, получим $xz - xy = 1$. Полученное уравнение сложим с третьим $2xz = 8$, $xz = 4$, откуда $x = \frac{4}{z}$. Первое и третье уравнения системы примут вид

$$\begin{cases} 4 + yz = 16, \\ 4 + \dfrac{4y}{z} = 7; \end{cases} \quad \begin{cases} yz = 12, \\ 4y = 3z, \end{cases}$$

так как $z \neq 0$ (следует из условия). В результате подстановки $y = \frac{3}{4}z$ получим $\frac{3}{4}z^2 = 12$, $z^2 = 16$, $z_{1,\,2} = \pm 4$, откуда $y_{1,\,2} = \pm 3$, $x_{1,\,2} = \pm 1$.

Ответ. (1; 3; 4), (−1; −3; −4).

§ 34 Решение задач с помощью систем уравнений (2/3 ч)

Цели изучения параграфа — формирование умений решать задачи с помощью систем уравнений; развитие умений определять способы действий в рамках предложенных условий и требований.

Задачи 1—3, предлагаемые для изучения в этом параграфе, требуют тщательного анализа условия и обсуждения выбора путей решения. Эти задачи легко решаются с помощью систем уравнений, в то время как задачи **520—523** могут быть решены и путём составления одного уравнения, сводящегося к квадратному. Желательно обсудить с учащимися различные способы решения. Учащиеся должны самостоятельно выбрать удобный вариант решения. В дальнейшем в качестве основного способа решения (после обсуждения с учащимися различных способов решения задач) может быть выбран любой из них.

Решение задач целесообразно организовать таким образом, чтобы на уроках удавалось обсудить и довести до составления систем уравнений как можно большее число задач (оставив решение составленных систем для домашней работы). Для актуализации знаний использовать вводные упражнения.

Оформление решений задач может осуществляться и с помощью пояснительных записей, и с помощью таблиц.

522. I способ.

Пусть x см — длина основания прямоугольника, тогда $\frac{12}{x}$ см — его высота. Периметр прямоугольника $2\left(x+\frac{12}{x}\right)$ см, что по условию задачи равно 14 см, следовательно, $2\left(x+\frac{12}{x}\right)=14$. Решим уравнение:

$$2\left(x+\frac{12}{x}\right)=14,$$

$$x+\frac{12}{x}=7 \,\Big|\cdot x,\ x\neq 0.$$

$$x^2-7x+12=0,$$

$$x_1=3,\ x_2=4.$$

Ответ. 3 см, 4 см.

II способ.

Пусть x см — длина основания прямоугольника, y см — его высота. Тогда периметр прямоугольника равен $2(x+y)$, что по условию составляет 14 см, следовательно, $2(x+y)=14$. Площадь прямоугольника xy по условию равна 12 см^2, т. е. $xy=12$.

Так как x и y в обоих уравнениях обозначают стороны одного прямоугольника, можно составить систему уравнений $\begin{cases}2(x+y)=14,\\ xy=12.\end{cases}$

Решим систему $\begin{cases} x + y = 7, \\ xy = 12. \end{cases}$ По теореме, обратной теореме Виета, $z^2 - 7z + 12 = 0$, $z_1 = 3$, $z_2 = 4$. Отсюда решением системы являются пары чисел (3; 4), (4; 3). Длины сторон прямоугольника 3 см, 4 см.

Ответ. 3 см, 4 см.

525.

		Время работы (ч)	**Объём работы (усл. ед.)**	**Производительность труда (усл. ед./ч)**
I ситуация	I специалист	x	1	$\frac{1}{x}$
	II специалист	y	1	$\frac{1}{y}$
	Вместе	12	1	$\frac{1}{12}$
II ситуация	I специалист	$\frac{1}{2} : \frac{1}{x} = \frac{x}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{x}$
	II специалист	$\frac{1}{2} : \frac{1}{y} = \frac{y}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{y}$
	Вместе	25	1	$\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$

Так как величины x и y одни и те же в обеих задачных ситуациях, можно составить систему уравнений

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{12}, \\ \frac{x}{2} + \frac{y}{2} = 25. \end{cases}$$

Решим систему $\begin{cases} \frac{x + y}{xy} = \frac{1}{12}, \\ x + y = 50. \end{cases}$

I способ.

$$\begin{cases} \dfrac{50}{xy} = \dfrac{1}{12}, \\ x = 50 - y; \end{cases} \quad \begin{cases} 600 = xy, \\ x = 50 - y; \end{cases} \quad 600 = (50 - y) \cdot y,$$

$$y^2 - 50y + 600 = 0,$$

$$\begin{cases} y_1 = 30, \\ x_1 = 20; \end{cases} \quad \begin{cases} y_2 = 20, \\ x_2 = 30. \end{cases}$$

II способ.

$$\begin{cases} x + y = 50, \\ xy = 600. \end{cases}$$

$z^2 - 50z + 600 = 0,\ z_1 = 20,\ z_2 = 30.$

Ответ. За 30 ч, за 20 ч.

После ознакомления с материалом рубрики *Шаг вперёд* учащиеся должны уметь привести пример симметрического уравнения и решить самостоятельно предложенные в рубрике системы.

Распределение учебного материала по урокам может быть следующим:

Номер урока	**Теоретический материал**	**Задания**		
		основные для работы в классе и дома	**для самостоятельной работы в классе**	**дополнительные**
1	§ 34, задачи 1 и 2	ВУ № 1, 2; № 520—522	№ 523 — только составить систему уравнений	№ 528; ПЗ № 7
2	§ 34, задача 3	ВУ № 3, 4; № 525—526, 556	№ 538	№ 527, 564; шаг вперёд (с. 214); ПЗ № 6

В результате изучения параграфа все учащиеся должны уметь решать задачи, подобные задачам из упражнений **520—522**, и уметь отвечать на устные вопросы к параграфу.

Решение упражнений

527. I способ.

	Запас овса (кг)	Количество лошадей	Ежедневный рацион (кг)	Расчётное время (дн.)
I ферма	$105xy$	x	y	105
II ферма	$(y-1)(x+10)100$	$x+10$	$y-1$	100
III ферма	$(y+3)(x-10)100$	$x-10$	$y+3$	100

$\begin{cases} 105xy = (y-1)(x+10)100, \\ 105xy = (y+3)(x-10)100, \end{cases}$ так как количество заготовленного овса на всех фермах одинаково.

Решим систему

$$\begin{cases} 21xy = (y-1)(x+10)20, \\ 21xy = (y+3)(x-10)20. \end{cases}$$

Выполним преобразования в правой части каждого уравнения, после чего сложим уравнения почленно. Получим $400y - 80x + 400 = 0$, откуда $x = 5y + 5$. После подстановки выражения x через y в первое уравнение системы придём к уравнению $y^2 - 19y + 60 = 0$, откуда $y_1 = 15$, $y_2 = 4$ — не подходит, так как для лошади 4 кг овса на один день недостаточно.

Если $y = 15$, то $x = 80$.

II способ.

	Запас овса (кг)	Количество лошадей	Ежедневный рацион (кг)	Расчётное время (дн.)
I ферма	y	x	$\frac{y}{105x}$	105
II ферма	y	$x+10$	$\frac{y}{100(x+10)}$	100
III ферма	y	$x-10$	$\frac{y}{100(x-10)}$	100

$$\begin{cases} \dfrac{y}{105x} - 1 = \dfrac{y}{100(x+10)}, \\ \dfrac{y}{105x} + 3 = \dfrac{y}{100(x-10)}. \end{cases}$$

О т в е т. На I ферме 80 лошадей, суточная норма 15 кг; на II ферме 90 лошадей, суточная норма 14 кг; на III ферме 70 лошадей, суточная норма 18 кг.

Решение практических прикладных задач

2. Пусть x — величина процента снижения цены, выраженная десятичной дробью ($0 < x < 1$), тогда после первого снижения цена товара составляет $3000 - 3000x = 3000(1 - x)$, а после второго $3000(1 - x) - (3000(1 - x))x = 3000(1 - x)^2$, что по условию составляет 1920 р. После преобразований получим $25x^2 - 50x + 9 = 0$, $x_1 = 1{,}8$, $x_2 = 0{,}2$. x_1 — не удовлетворяет условию.

О т в е т. 20 %.

6. Пусть объём сосуда x л. Тогда:

а) после I доливания жидкости B в нём её 6 л;

б) при отливании 15 л смеси отливают $\frac{15}{x}$ часть имеющегося в сосуде. Значит, отольют $\frac{90}{x}$ л жидкости B, а останется $\left(6 - \frac{90}{x}\right)$ л;

в) при добавлении 15 л жидкости B её количество станет равным $6 - \frac{90}{x} + 15 = 21 - \frac{90}{x}$ л;

г) так как это количество составляет 60 % объёма всего сосуда, то

$$21 - \frac{90}{x} = \frac{3}{5}x \quad \Big| \cdot \frac{5x}{3} > 0,$$

$$35x - 150 = x^2,$$

$$x^2 - 35x + 150 = 0,$$

$$x_1 = 30,\ x^2 = 5.$$

Значение x_2 постороннее, так как из сосуда объёмом 5 л нельзя отлить ни 6 л, ни 15 л.

О т в е т. 30 л.

7. 1) Пусть $AD = x$ см, тогда в треугольнике ACD по теореме Пифагора $AC^2 = x^2 + h^2$. Из треугольника DCB по теореме Пифагора $h^2 = 50^2 - (100 - x)^2$. Так как $AC = 80$ см, то $80^2 = x^2 + 50^2 - (100 - x^2)$, $13\,900 = 200x$, $x = 69{,}5$.

О т в е т. $AD = 69{,}5$ см.

2) По теореме Пифагора $h^2 = 50^2 - DB^2$, $DB = 100 - 69{,}5$ (результат задачи 1), $h^2 = 50^2 - 30{,}5^2$, $h^2 = 1569{,}75$, $h \approx 39{,}6$ см.

О т в е т. $h \approx 39{,}6$ см.

Урок обобщения знаний и представления исследовательских работ (1/1 ч)

На этом уроке рекомендуется провести коррекционную работу по результатам выполненного учащимися *теста 4*, а также обсудить выполненные исследовательские работы.

При наличии времени в ходе работы на уроке можно использовать упражнения к главе IV, упражнения **730—745**, задания из дидактических материалов, а также ранее не решённые практические и прикладные задачи.

Контрольная работа № 4

1. Решить уравнение:
1) $9x^2 = 4$; 2) $8x^2 - 7x = 0$; 3) $3x^2 + 4x + 5 = 0$.
[1) $4x^2 = 9$; 2) $7x^2 - 5x = 0$; 3) $2x^2 - 3x + 5 = 0$.]

2. Разложить на множители:
1) $x^2 + x - 20$; 2) $2x^2 + 7x - 4$.
[1) $x^2 - 7x + 20$; 2) $3x^2 - 5x - 2$.]

3. Расстояние в 48 км по озеру теплоход проплыл на 1 ч быстрее катера. Найти их скорости, если скорость теплохода на 4 км/ч больше скорости катера. [Расстояние в 60 км Петя проехал на велосипеде на 1 ч быстрее Васи. Найти их скорости, если скорость Пети на 3 км/ч больше скорости Васи.]

---

4. Решить систему уравнений

$$\begin{cases} y - x = -3, \\ x^2 - y^2 = 63. \end{cases} \quad \left[\begin{cases} x^2 - y^2 = 91, \\ y + x = -7. \end{cases}\right]$$

5. Упростить выражение

$$\left(\frac{3x - x^2}{x^2 - 6x + 9} - \frac{2x}{2x + 5}\right) \cdot (2x^2 - x - 15).$$

$$\left[\left(\frac{6x - 9x^2}{9x^2 - 4} - \frac{x}{x - 2}\right) \cdot (3x^2 - 4x - 4).\right]$$

ГЛАВА

V Квадратичная функция (13/16 ч)

Материал этой главы имеет большое практическое значение (в физике, технике и т. д.), обладает большими возможностями для дальнейшего изучения элементарных функций, пополнения их свойств, построения и чтения более сложного графика.

Изучение квадратичной функции ведётся поэтапно: $y = x^2$, $y = ax^2$, $y = x^2 + px + q$, $y = ax^2 + bx + c$. Графики функций $y = x^2$ и $y = ax^2$, где $a > 0$, строятся по точкам и называются параболами. При этом показывается, что график функции $y = ax^2$ может быть получен из графика функции $y = x^2$ растяжением или сжатием от оси Ox вдоль оси Oy; график функции $y = ax^2$ при $a < 0$ строится с помощью симметрии относительно оси Ox графика функции $y = -ax^2$.

При построении графика функции $y = ax^2 + bx + c$, записанной в виде $y = a(x - x_0)^2 + y_0$, показывается, что он может быть получен из графика $y = ax^2$ с помощью сдвигов (параллельных переносов) вдоль координатных осей и поэтому также является параболой.

При изучении квадратичной функции существенно расширяется по сравнению с линейной функцией круг функциональных свойств.

Так как областью определения квадратичной функции (как и линейной) является множество всех действительных чисел, то о ней пока в явном виде не говорится. Но уже множество значений различных квадратичных функций может быть разным, но всегда числовым лучом.

Не говорится также в явном виде о чётности функции $y = ax^2$, это свойство показывается на симметрии её графика относительно оси Oy.

В явном виде рассматриваются свойства возрастания и убывания, промежутки знакопостоянства, нули функции, наибольшее и наименьшее значения.

Итогом рассмотрения квадратичной функции и её свойств является простой алгоритм построения графика этой функции, который в дальнейшем используется при решении квадратных неравенств.

Важно отметить, что запись уравнения параболы в виде $y = a(x - x_0)^2 + y_0$ даёт возможность сразу определить направление ветвей параболы, координаты её вершины, наибольшее или наименьшее значение функции, т. е.

провести простейшие исследования свойств функции, не используя её графика.

Представление квадратичной функции в виде $y = a(x - x_0)^2 + y_0$ можно осуществить не только по формулам, приведённым в учебнике, но и так называемым методом неопределённых коэффициентов, который можно показать интересующимся учащимся на конкретном примере:

$$3x^2 - 8x + 5 = a(x - x_0)^2 + y_0 = ax^2 - 2ax_0x + ax_0^2 + y_0;$$

сравнивая коэффициенты при x^2, x и свободные члены, получаем

$$a = 3,\ -8 = -2 \cdot 3 \cdot x_0, \text{ откуда } x_0 = \frac{4}{3},$$

$$5 = ax_0^2 + y_0 = 3 \cdot \left(\frac{4}{3}\right)^2 + y_0, \text{ откуда } y_0 = -\frac{1}{3};$$

итак, $3x^2 - 8x + 5 = 3\left(x - \frac{4}{3}\right)^2 - \frac{1}{3}$.

В заключение отметим, что при изучении этой главы учащиеся знакомятся на конкретных примерах с линейными преобразованиями графика функции, т. е. с построением графика функции $y = Af(ax + b) + B$ на основе преобразований графика функции $y = f(x)$.

Основными п р е д м е т н ы м и ц е л я м и изучения главы V являются:

- овладение системой понятий, связанных с квадратичной функцией; функциональным языком и символикой; развитие умений описывать свойства функции (возрастание, убывание; наибольшее, наименьшее значения; интервалы знакопостоянства) на основе её графического представления;
- формирование умений использовать функциональную символику для описания разнообразных моделей, связанных с квадратичной функцией;
- формирование умений показывать схематически расположение графика квадратичной функции на координатной плоскости в зависимости от значений коэффициентов, входящих в формулу соответствующей функции.

М е т а п р е д м е т н ы е ц е л и изучения главы:

- формирование представлений о значимости математики в развитии современного общества;
- создание условий для приобретения первоначального опыта математического моделирования;
- овладение знаниями и умениями в исследовании функций, необходимыми для продолжения образования в старшей школе.

Личностные цели изучения главы:

- развитие логического и критического мышления, культуры речи;
- формирование ответственного отношения к учению, устойчивых познавательных интересов;
- формирование целостного мировоззрения, соответствующего современному уровню развития науки и общественной практики.

В результате изучения главы V все учащиеся должны уметь строить график квадратичной функции, знать её основные свойства и применять их при выполнении упражнений типа **637—640** и из рубрики *Проверь себя!* (I уровень).

§ 35 Определение квадратичной функции (1/2 ч)

Цели изучения параграфа — введение понятий квадратичной функции и нулей квадратичной функции; развитие представлений о математике как о методе познания действительности.

До изучения материала параграфа рекомендуется повторить теоретический материал, указанный в рубрике *Нужно вспомнить* (акцентируя на этом уроке внимание на задании функции формулой). Практические действия с функциональными понятиями можно восстановить с помощью вводных упражнений, заданий № 1 и 2 из рабочей тетради, а также используя устные упражнения:

Функция $y = f(x)$ задана графически (рис. 11). По графику определить:

1) $f(1)$; $f(3)$;
2) значения x, при которых функция принимает значение, равное 0; 1.

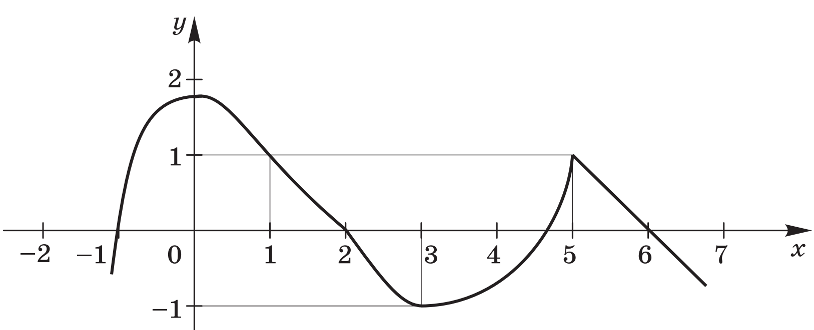

Рис. 11

Изучение параграфа можно провести следующим образом. После рассмотрения конкретных примеров квадратичных функций, введения определения квадратичной функции (акцентируя внимание на важности условия $a \neq 0$) выполнить упражнение **578**. Затем рассматриваются последовательно задачи 1 и 2 текста параграфа и выполняются упражнения **579**, **580**. Вводится понятие нулей квадратичной функции, рассматривается задача 3 и выполняются упражнения **581**, **582**. Дополнительно можно предложить упражнения **583—585**, № 8 из рабочей тетради, **645**, а также задание № 10 из дидактических материалов. В ходе выполнения упражнений этого параграфа естественным образом закрепляются навыки решения квадратных уравнений. При подведении итогов урока использовать задания рубрики *Устные вопросы*.

В качестве домашнего задания желательно попросить учащихся к следующему уроку принести лист миллиметровой бумаги.

В результате ознакомления с рубрикой *Диалог об истории* (с. 228) учащиеся должны уметь отвечать на следующие вопросы: «Какие квадратичные зависимости были открыты Галилео Галилеем?», «Какой важный вывод сделал Галилей в результате эксперимента, заключавшегося в многократном бросании предметов с Пизанской башни?», «В результате каких математических рассуждений был сделан вывод, что получавшаяся зависимость — квадратичная?», «Какой функцией в физике точно описывается закон падения шарика, открытый Галилеем в приближённом виде?», «Какие открытия учёных стимулировали математиков на изучение законов движения?».

В результате изучения параграфа все учащиеся должны уметь выполнять упражнения типа **581**, **582** и отвечать на устные вопросы к параграфу.

§ 36 Функция $y = x^2$ (1/2 ч)

Цели изучения параграфа — знакомство учащихся со свойствами функции $y = x^2$ в ходе построения её графика; формирование умений применять знаки, символы, модели для решения учебных и познавательных задач.

Изучение темы можно начать с устной работы, указанной во вводных упражнениях и в следующем задании (можно использовать № 1—3 из рабочей тетради):

На рисунке 12 изображён график функции $y = f(x)$.

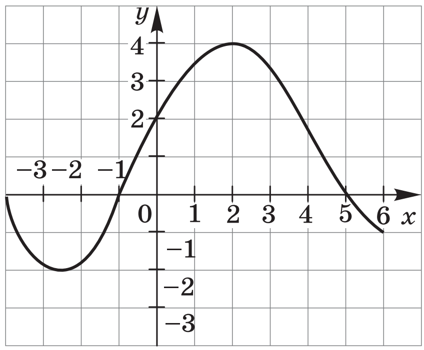

Рис. 12

1) Найти $y(0)$; $y(-1)$; $y(2)$; $y(5)$.
2) Определить, при каких значениях x значение y равно 0; 2.
3) Определить, при каких значениях x значения функции $y > 0$; $y < 0$.
4) Сравнить $y(-4)$ и $y(-3)$.

При рассмотрении (в соответствии с текстом параграфа) построения графика функции $y = x^2$ обратить внимание учащихся на расположение точек параболы относительно оси ординат. Следует дать рекомендации учащимся по изготовлению или приобретению шаблона параболы, который будет им необходим практически на всех уроках по изучению данной главы и при выполнении домашних заданий.

Начиная с этого урока можно использовать компьютерные программы для построения графиков, имеющиеся в школе, но не заменять ими полностью построение графиков в тетрадях.

Понятие возрастающей (убывающей) на промежутках функции следует вводить наглядно (с помощью параболы). Можно дифференциацию понятий возрастания и убывания функции «привязать» к движению вверх или вниз по графику функции при изменении x от меньших значений к большим.

На этом уроке по данным таблицы на с. 230 можно рекомендовать учащимся выполнить построение параболы на миллиметровой бумаге. После построения графика функции $y = x^2$ выполняются упражнения **586—589**, затем рассматриваются свойства функции $y = x^2$ и с помощью учителя выполняется упражнение **592** (или № 5 из рабочей тетради). После чего решается задача текста параграфа и выполняются упражнения **590** и **591**, а при наличии времени — **593** и **594**, дополнительно № 9—13 из рабочей тетради, вводится понятие фокуса параболы и выполняется практическая работа из раздела *Практические и прикладные задачи*. В качестве домашнего задания можно предложить, в частности, выполнить № 2—4 из рабочей тетради.

После ознакомления учащихся с рубрикой *Диалог об истории* (с. 234) рекомендуется обсудить темы исследовательских работ и распределить их среди учащихся.

Желательно, чтобы учащиеся могли ответить на следующие вопросы по материалу диалога: «В результате какого действия с прямоугольным треугольником появляется коническая поверхность?», «Как должна быть расположена плоскость, пересекающая конус, чтобы по границе сечения образовалась линия, являющаяся параболой?», «Какой пример получения параболы, эллипса или окружности из практики вы можете привести?», «На каком утверждении были основаны расчёты Архимеда, который, по легенде, защищая Сиракузы, сжёг римские корабли?», «Что означает термин «фокус», откуда он произошёл?».

В результате изучения параграфа учащиеся должны уметь по графику функции перечислять её свойства, выполнять упражнения типа **587—589** и отвечать на устные вопросы к параграфу.

§ 37 Функция $y = ax^2$ (3/3 ч)

Цели изучения параграфа — развитие у учащихся умения строить графики функций вида $y = ax^2$; знакомство со свойствами функции $y = ax^2$ при $a > 0$ и $a < 0$; формирование умений создавать обобщения, устанавливать аналогии, строить умозаключения и делать выводы.

На первом уроке до рассмотрения новой темы рекомендуется предложить учащимся выполнить следующие задания:

1. Построить в тетрадях график функции $y = x^2$. По графику приближённо найти:
   1) значения y при $x = -0,6$; $x = 2,5$; $x = -1,3$;
   2) значения x при $y = 7$; $y = 3,5$; $y = 0,8$.

2. (Устно.) Пользуясь свойствами возрастания и убывания функции $y = x^2$ на промежутках, сравнить её значения при $x = 17$ и $x = 16$; $x = 2,1$ и $x = 2\frac{1}{9}$; $x = -5$ и $x = -4,9$; $x = -\frac{1}{3}$ и $x = -\frac{1}{2}$; вводное упражнение 1.

3. Вводные упражнения 2 и 3.

4. Найти координаты точек пересечения параболы $y = x^2$ и прямой:

1) $y = 9$; 2) $y = \frac{1}{4}$; 3) $y = 3x$; 4) $y = x + 2$.

В ходе рассмотрения задач 1 и 2 текста параграфа учащиеся строят (при желании на миллиметровой бумаге) графики функций $y = 2x^2$ и $y = \frac{1}{2}x^2$. Желательно, чтобы учащиеся самостоятельно отметили сходные свойства этих графиков (параболы располагаются в верхней полуплоскости с границей Ox; вершинами их является начало координат, осью симметрии — ось ординат) и отличные (точки с одинаковыми абсциссами имеют ординаты, отличающиеся друг от друга в 4 раза). (В качестве иллюстрации можно использовать программы-графопостроители.) Учащиеся знакомятся с понятиями сжатия и растяжения графика, однако отработка этих преобразований не проводится.

С помощью построенных графиков функций учащиеся должны ответить на следующие вопросы:

1. Какие значения принимает функция $y = 2x^2$ $\left(y = \frac{1}{2}x^2\right)$ при $x \neq 0$?

2. При каких значениях x функция $y = 2x^2$ $\left(y = \frac{1}{2}x^2\right)$ возрастает (убывает)?

3. При каких значениях x функция $y = 2x^2$ $\left(y = \frac{1}{2}x^2\right)$ принимает значение, равное 8?

4. Решить неравенство:

1) $2x^2 \geqslant 8$; 2) $2x^2 < 8$; 3) $\frac{1}{2}x^2 < 8$; 4) $\frac{1}{2}x^2 \leqslant 8$.

Для домашней работы можно предложить упражнения **595, 600, 634** (2), **635** (2).

На втором уроке рассматривается задача 3 текста параграфа, с помощью рисунков 45 и 46 сравниваются графики функций $y = x^2$ и $y = -x^2$; $y = \frac{1}{2}x^2$ и $y = -\frac{1}{2}x^2$. После этого уже выявленные свойства рассмотренных функций переносятся на функции вида $y = ax^2$ при $a > 0$ и $a < 0$. Выполняются упражнения.

На третьем уроке повторяются свойства функции $y = ax^2$ при $a > 0$, $a < 0$ (с помощью готовых графиков конкретных функций этого вида), рассматривается задача 4 текста параграфа и выполняются упражнения **599, 600.** После разбора задачи 5 выполняются упражнения **602, 603.**

При наличии времени в конце изучения параграфа может быть проведена проверочная самостоятельная работа (на 5—10 мин):

1. Построить график функции $y = -3x^2$. По графику приближённо найти:
   1) $y(1,5)$;
   2) значения x, при которых значение y равно -7. С помощью графика решить неравенство $-3x^2 > -12$.
   [Построить график функции $y = 3x^2$. По графику приближённо найти:
   1) $y(0,5)$;
   2) значения x, при которых значение y равно 8. С помощью графика решить неравенство $3x^2 \leqslant 12$.]
2. (Дополнительно.) **605** (2, 3). [**605** (1, 4).]
3. Дидактические материалы № 7 (3). [№ 7 (4).]

Изучая диалог рубрики *Это интересно*, учащиеся должны уметь ответить на основной вопрос: «Почему параболу, о которой идёт речь в диалоге, называют «параболой безопасности» и как она получается?»

Распределение учебного материала по урокам может быть следующим:

Номер урока	**Теоретический материал**	**Задания**		
		основные для работы в классе и дома	**для самостоятельной работы в классе**	**дополнительные**
1	§ 37, задачи 1 и 2	ВУ; № 595, 600, 634, 635; РТ № 6, 12	№ 634 (3), 635 (3)	Это интересно (с. 240)
2	§ 37, от задачи 3 до задачи 4	№ 596—598, 601, 604; РТ № 7, 16	№ 598 (3), 636 (1)	ДМ § 36 № 8; § 37 № 12, 10
3	§ 37	№ 599, 600, 602, 603; РТ № 13, 15	Самостоятельная работа из текста пособия	№ 606, 607, 648; РТ № 14

В результате изучения параграфа все учащиеся должны уметь выполнять упражнения типа **599** и отвечать на устные вопросы к параграфу.

Решение упражнений

606. $a = \frac{2s}{t^2}$. При $t = 8$ с и $S = 96$ м $a = \frac{2 \cdot 96}{8^2} = 3$ (м/с^2).

607. Уравнение $ax^2 = kx + b$ имеет единственный корень, равный x_0. Это значит, что дискриминант уравнения равен нулю ($k^2 + 4ab = 0$), а его корень $x = x_0 = \frac{k}{2a}$. Отсюда $\frac{x_0}{2} = \frac{k}{4a}$. При $x = \frac{k}{4a}$ получим $y = kx + b = k \cdot \frac{k}{4a} + b = \frac{k^2 + 4ab}{4a} = 0$, т. е. прямая проходит через точку $\left(\frac{x_0}{2}; 0\right)$.

§ 38 Функция $y = ax^2 + bx + c$ (3/3 ч)

Цели изучения параграфа — демонстрация учащимся того, что графиком функции $y = ax^2 + bx + c$ является парабола, которая получается сдвигом графика функции $y = ax^2$ вдоль осей координат; знакомство со способами нахождения координат вершины параболы, построением оси симметрии и определением направленности ветвей параболы; овладение математическими умениями, необходимыми для продолжения изучения свойств и графиков элементарных функций в старшей школе.

При изучении материала параграфа полезно подготовить учащихся к введению понятий наибольшего и наименьшего значений квадратного трёхчлена, используя уже построенные при выполнении упражнений графики функций.

На первом уроке с помощью вводных упражнений повторить учебный материал, указанный в рубрике *Нужно вспомнить*. Затем разбирается решение задачи 1, причём учащимся можно посоветовать дополнить таблицу значениями $x = 4$ и $x = 5$, найти соответствующие значения функции и отметить найденные точки на координатной плоскости. Построенная таким образом плавная кривая будет иметь вид знакомой учащимся параболы $y = x^2$, сдвинутой вдоль координатных осей. В дальнейшем, при поэтапном построении учащимися в тетрадях графика функции $y = x^2 - 2x + 3$, рекомендуется использовать имеющиеся у них шаблоны параболы $y = x^2$. Демонстрацию сдвигов можно выполнить с помощью программ-графопостроителей.

Если учитель предполагает, что у учащихся могут возникнуть затруднения при изучении материала на с. 243, можно предварительно (до решения задачи 1) рассмотреть с классом отличия графиков функций $y = (x - 1)^2$ и $y = (x + 2)^2$ от графика функции $y = x^2$, затем отличия графиков функций $y = x^2 + 1$, $y = x^2 - 1$ от графика функции $y = x^2$.

После разбора задачи 1 устно выполняется упражнение **608** (1, 2). Упражнение **609** (1) желательно выполнить в процессе построения графика функции $y = x^2 + 4x + 1$. Для домашней работы можно предложить построить графики функций, заданных в упражнениях **608** (3, 4) и **609** (2).

На втором уроке рассматривается теоретическая часть параграфа, следующая за задачей 1, и разбирается решение задачи 2. Выполняются упражнения.

На третьем уроке с большей долей самостоятельности учащиеся должны выполнить упражнение **613**, затем с помощью учителя разобрать решение задачи 3 текста параграфа и выполнить упражнения **614—616**.

Учебный материал рубрики *Шаг вперёд* предполагает повторение изученного в аналогичной рубрике в 7 классе и перенесение сформулированных умений на более высокий уровень. После ознакомления с данным диалогом целесообразно предложить учащимся применить полученные знания для решения упражнения **619**.

Распределение учебного материала по урокам может быть следующим:

Номер урока	Теоретический материал	Задания		
		основные для работы в классе и дома	для самостоятельной работы в классе	дополнительные
1	§ 38, задача 1	ВУ; РТ № 3—5, 608, 609 (2, 4); РТ № 6, 7	№ 609 (1) построить график	№ 617 (1, 3, 5); ПЗ № 3
2	§ 38, до задачи 3	№ 609 (3), 610—612; РТ № 8—11	№ 610 (3), 611 (5)	№ 618, ПЗ № 4; ДМ № 9
3	§ 38, задача 3	№ 614—616; ДМ № 5; РТ № 12, 13	№ 613 (1, 3)	Шаг вперёд (с. 246); № 619, 620; ДМ № 8, 10; РТ № 13, 14, 16, 17

В результате изучения параграфа все учащиеся должны справляться с упражнениями типа **609, 613** и отвечать на устные вопросы к параграфу.

Решение упражнений

620. Из того, что парабола пересекает ось Ox в точках $x = -1$ и $x = 3$, следует, что уравнение параболы можно записать в виде $y = a(x + 1)(x - 3)$, откуда

$$y = ax^2 - 2ax - 3a. \qquad (*)$$

Точка пересечения параболы с осью ординат имеет координаты $x = 0$ и $y = 2$. Подставим эти значения вместо x и y в (*), получим $2 = -3a$, откуда $a = -\frac{2}{3}$. Таким образом, уравнение параболы примет вид $y = -\frac{2}{3}x^2 + \frac{4}{3}x + 2$.

§ 39 Построение графика квадратичной функции (4/5 ч)

Цели изучения параграфа — формирование у учащихся умения строить график квадратичной функции в соответствии со схемой, приведённой в учебнике на с. 249; обучение определению интервалов знакопостоянства квадратичной функции, промежутков её возрастания и убывания по её графику; обучение нахождению наибольшего и наименьшего значений функции; формирование умений организовывать учебное сотрудничество, работать в группе, аргументировать и отстаивать своё мнение.

На первом уроке до рассмотрения теоретической части параграфа можно с помощью вводных упражнений и упражнений **621** и **622** организовать повторение изученного материала, необходимого для успешного построения графика квадратичной функции.

После разбора решения задачи 1 (с параллельным выполнением построения параболы $y = x^2 - 4x + 3$ учащимися в тетрадях) с помощью учителя выполняется построение графика функции, заданной в упражнении **624** (1). На дом можно предложить учащимся после изучения по учебнику схемы построения графика квадратичной функции (с. 249) построить график функции, заданной в упражнении **621** (1). На следующих уроках можно организовать групповую работу, для того чтобы учащиеся могли помогать друг другу в овладении материалом параграфа.

На втором уроке после проверки выполненного дома построения по схеме графика функции $y = x^2 - 4x - 5$ разбирается решение задачи 2 текста параграфа и выполняются построения графиков функций, заданных в упражнениях **622** (1, 3) и **624** (3). Дома предлагается построить графики функций, заданных в упражнениях **621** (2), **622** (2, 4).

На третьем уроке при разборе задачи 3 текста параграфа повторяются понятия возрастания и убывания функции на промежутках, формируется умение исследовать функцию. Формулируются понятия наибольшего и наименьшего значений квадратичной функции; отмечается, что функция $y = ax^2 + bx + c$ принимает своё наименьшее или наибольшее значение в точке $x_0 = -\frac{b}{2a}$, а находится это значение по формуле $y = y(x_0)$. Обращается внимание на то, что от знака старшего коэффициента a зависит, принимает функция наибольшее или наименьшее значение. Эти теоретические знания закрепляются при выполнении упражнений **625**, **630**. Интересующиеся математикой учащиеся могут выполнить упражнения **633**, **642**. На этом уроке надо оставить время для выполнения *теста 5* из тематических тестов.

Четвёртый урок изучения темы посвящается решению прикладных задач: разбирается решение задачи 4 текста параграфа и выполняются упражнения **626**, **628** в классе. Учащиеся, интересующиеся математикой, могут решить практические задачи № 5—7, предварительно разобрав решение задачи 5. Дома, помимо упражнений **627**, **629**, можно предложить исследовать функцию $y = -2x^2 + 3x + 5$ и построить её график.

В рубрике *Разговор о важном* поднимается важная проблема, являющаяся логическим продолжением рубрики *Шаг вперёд* предыдущего параграфа. Результат выполнения заданий, предложенных в тексте диалога, желательно обсудить в классе, например, на уроках обобщения знаний по теме.

Распределение учебного материала по урокам может быть следующим:

Номер урока	Теоретический материал	Задания		
		основные для работы в классе и дома	**для самостоятельной работы в классе**	**дополнительные**
1	§ 39, до задачи 2	ВУ; РТ № 3; № 621, 622, 624 (1)	Построить график функции $y = x^2 - 2x$	ПЗ № 2
2	§ 39, до задачи 3	№ 621, 622, 624 (с построением графиков); РТ № 4—6	№ 624 (2)	ДМ § 37 № 10; § 38 № 7; § 39 № 8
3	§ 39, до задачи 4	№ 625, 630; ДМ № 10	Тест 5	Разговор о важном (с. 254); № 632; РТ № 11, 12
4	§ 39	№ 627, 629	№ 626	ПЗ № 5—7; ДМ № 6, 7, 9; РТ № 9

В результате изучения параграфа все учащиеся должны научиться строить график квадратичной функции по схеме, предложенной в учебнике, отвечать на вопросы, сформулированные к упражнениям **624**, **625**, и на устные вопросы к параграфу.

Урок обобщения знаний и представления исследовательских работ (2/2 ч)

На этих уроках необходимо провести анализ результатов выполнения *теста 6* и ликвидировать выявленные пробелы в знаниях учащихся.

Повторение и систематизацию знаний материала главы можно организовать в процессе выполнения упражнений, например, **634—641**, **643**, **644** и упражнений, предложенных в дидактических материалах (§ 37—39) и рабочей тетради.

Желательно провести обсуждение и оценить лучшие исследовательские работы.

Решение упражнений

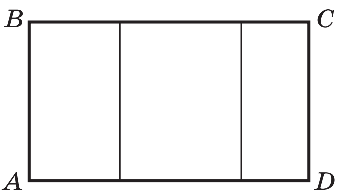

Рис. 13

642. Пусть сторона AB и проведённые два отрезка имеют длину x (рис. 13), тогда длина стороны BC равна $(1600 - 4x) : 2 = 800 - 2x$. Площадь прямоугольника $ABCD$ равна $(800 - 2x)x$. Наибольшего значения квадратичная функция $y = -2x^2 + 800x$ достигает при $x = \frac{800}{2 \cdot (-2)} = 200$.

Ответ. 200 м и 400 м.

643. 1) При $x = 0$ и $y = 2$ имеем $2 = 0^2 + p \cdot 0 + q$, откуда $q = 2$; при $x = 1$ и $y = 3$ имеем $3 = 1^2 + p \cdot 1 + 2$, откуда $p = 0$.

644. 1) При $x = 2$ и $x = 3$ значение $y = 0$, поэтому $p = -(2 + 3) = -5$, $q = 2 \cdot 3 = 6$.

2) Если $x = 0$, то $y = 3$, поэтому $q = 3$; если $x = 1$, то $y = 0$, поэтому $0 = 1^2 + p \cdot 1 + 3$, откуда $p = -4$.

3) Парабола касается оси абсцисс своей вершиной, поэтому $2 = -\frac{p}{2}$, откуда $p = -4$; $y(2) = 0$, т. е. $0 = 2^2 - 4 \cdot 2 + q$, откуда $q = 4$.

645. 1) $x^2 + 3x + 2 = |7 - x|$, откуда

$$\begin{cases} 7 - x \geqslant 0, \\ x^2 + 3x + 2 = 7 - x \end{cases} \text{ или } \begin{cases} 7 - x < 0, \\ x^2 + 3x + 2 = -(7 - x). \end{cases}$$

Решая эти системы, находим $x_1 = -5$, $x_2 = 1$.

2) $3x^2 - 6x + 3 = |3x - 3|$, откуда

$$\begin{cases} 3x - 3 \geqslant 0, \\ 3x^2 - 6x + 3 = 3x - 3 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} 3x - 3 < 0, \\ 3x^2 - 6x + 3 = -(3x - 3). \end{cases}$$

Решая эти системы, находим $x_1 = 1$, $x_2 = 2$, $x_3 = 0$.

646. 1) Из того, что парабола проходит через точку с координатами (0; 0), имеем $0 = a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c$, откуда $c = 0$. Из того, что парабола $y = ax^2 + bx$ проходит через точки (2; 0) и (3; 3), имеем

$$\begin{cases} 0 = a \cdot 2^2 + b \cdot 2, \\ 3 = a \cdot 3^2 + b \cdot 3. \end{cases}$$

Решая эту систему относительно a и b, находим $a = 1$, $b = -2$. Итак, нужно построить график функции $y = x^2 - 2x$.

2) Из того, что точка (1; 3) является вершиной параболы, следует, что $1 = -\frac{b}{2a}$ и $3 = a \cdot 1^2 + b \cdot 1 + c$. Из того, что точка (−1; 7) принадлежит параболе, следует, что $7 = a(-1)^2 + b(-1) + c$. Решая систему

$$\begin{cases} b = -2a, \\ a + b + c = 3, \\ a - b + c = 7, \end{cases}$$

находим $a = 1$, $b = -2$, $c = 4$.

3) $a(x - 1)(x - 3) = ax^2 + bx + c$, откуда $-4ax + 3a = bx + c$.

Из этого следует, что $-4a = b$ и $3a = c$. Из того, что наибольшее значение функции равно 2, следует, что $a < 0$ и $y\left(-\frac{b}{2a}\right) = 2$, т. е. $a\left(-\frac{b}{2a}\right)^2 + b\left(-\frac{b}{2a}\right) + c = 2$ или $b^2 - 2b^2 + 4ac - 8a = 0$. Решая систему

$$\begin{cases} a < 0, \\ b = -4a, \\ c = 3a, \\ -b^2 + 4ac - 8a = 0, \end{cases}$$

находим $a = -2$, $b = 8$, $c = -6$.

647. Уравнение $x^2 + 4x + 1 = kx$ должно иметь один корень. Это возможно, когда дискриминант квадратного уравнения $x^2 + x(4 - k) + 1 = 0$ равен нулю.

$$D = (4 - k)^2 - 4 = 12 - 8k + k^2,\ k^2 - 8k + 12 = 0$$

при $k_1 = 2,\ k_2 = 6$.

648. Запишем уравнение прямой $y = kx + b$, проходящей через точки $(x_0;\ y_0)$ и $\left(\frac{x_0}{2};\ 0\right)$. Для этого решим систему уравнений

$$\begin{cases} y_0 = kx_0 + b, \\ 0 = k\frac{x_0}{2} + b, \end{cases}$$

откуда находим $k = \frac{2y_0}{x_0}$ и $b = -y_0$. Таким образом, уравнение прямой имеет вид $y = \frac{2y_0}{x_0} \cdot x - y_0$. Так как точка $(x_0;\ y_0)$ лежит и на параболе, то $y_0 = ax_0^2$, откуда $a = \frac{y_0}{x_0^2}$. Таким образом, имеем уравнение параболы $y = \frac{y_0}{x_0^2}x^2$. Количество точек пересечения прямой и параболы соответствует количеству корней уравнения

$$\frac{y_0}{x_0^2}x^2 = \frac{2y_0}{x_0}x - y_0. \qquad (*)$$

Дискриминант квадратного уравнения $y_0x^2 - 2y_0x_0x + y_0x_0^2 = 0$, полученного из уравнения (*), равен $(-2y_0x_0)^2 - 4y_0y_0x_0^2$. Очевидно, что $D = 0$, т. е. уравнение (*) имеет один корень.

Решение практических прикладных задач

6. По условию задачи производительность I трубы 30 м^3/ч, II — $(30 - 2d)$ м^3/ч, III — $(30 + 11\ d)$ м^3/ч.

Из I и II трубы вместе в час льётся $(60 - 2d)$ м^3 воды, из всех трёх труб вместе в час льётся $(90 + 9d)$ м^3.

Пусть объём бассейна $11k$ м^3. Тогда:

а) на заполнение $2k$ м^3 I и II трубой вместе требуется $\frac{2k}{60 - 2d} = \frac{k}{30 - d}$ часов;

б) на заполнение $9k$ м^3 тремя трубами требуется $\frac{9k}{90 + 9d} = \frac{k}{10 + d}$ часов;

в) время, необходимое для заполнения бассейна, будет равно $\frac{k}{30 - d} + \frac{k}{10 + d} = \frac{10k + kd + 30k - kd}{(30 - d)(10 + d)} = \frac{40k}{300 + 20d - d^2}$ часов, и при любом k оно будет тем меньше, чем больше знаменатель полученной дроби. Знаменатель же — квадратичная функция $f(d) = -d^2 + 20d + 300$, принимающая значение при $d = -\frac{20}{2(-1)} = 10$.

Ответ. При $d = 10$ м^3.

7. Пусть $x = \frac{1}{3}BC$,

$$t_{BC} = \frac{x}{48 - a} + \frac{x}{24 + a} =$$

$$= \frac{24x + ax + 48x - ax}{48 \cdot 24 + 24a - a^2} = \frac{72x}{-a^2 + 24a + 48 \cdot 24}.$$

Аналогично задаче 6 наименьшее значение t получим при наибольшем знаменателе $f(a) = -a^2 + 24a + 48 \cdot 24$. Наибольшее значение знаменателя достигается при $a = 12$.

Ответ. При $a = 12$ км/ч.

Контрольная работа № 5

1. Построить график функции $y = x^2 - 2x - 3$. [$y = x^2 + 4x + 3$.]

Найти:

1) наименьшее значение функции;
2) значения x, при которых значение функции равно 5 [8];
3) значения x, при которых функция принимает положительные значения; отрицательные значения;
4) промежутки, на которых функция возрастает; убывает.

2. Найти координаты вершины параболы

$y = -(x - 1)^2 - 1$. [$y = -(x + 1)^2 - 4$.]

Построить эту параболу.

3. Функция $y = -2x^2 + bx + 4$ [$y = 3x^2 + bx + 17$] наибольшее [наименьшее] значение принимает в точке $x_0 = 3$ [$x_0 = -3$]. Найти это значение.
4. Периметр прямоугольника 80 см. Какими должны быть его длина и ширина, чтобы площадь прямоугольника была наибольшей?
[Число 140 представить в виде суммы двух чисел так, чтобы произведение этих чисел было наибольшим.]
После проведения контрольной работы рекомендуется предложить учащимся выполнить дома упражнение **457** (4, 6, 8) или **744** (2, 6, 8).

ГЛАВА

VI Квадратные неравенства (11/13 ч)

Решение квадратных неравенств — это традиционно обособленная часть исследования свойств квадратичной функции. Так, например, задача о решении неравенства $x^2 - 5x + 6 < 0$ может быть переформулирована как задача о нахождении промежутков, на которых функция $y = x^2 - 5x + 6$ принимает отрицательные значения (эта задача легко решается с помощью эскиза графика функции $y = x^2 - 5x + 6$). Поэтому этот способ решения квадратных неравенств представлен в учебнике как основной.

Вместе с тем рассматривается и другой способ решения неравенства — разложением квадратного трёхчлена на множители и сведением неравенства к решению двух систем линейных неравенств. Этот способ фактически является строгим обоснованием графического способа. При решении системы линейных неравенств целесообразно пользоваться наглядным изображением решений каждого из неравенств системы на числовой оси.

Метод интервалов позволяет решать более сложные неравенства, когда левая часть неравенства — многочлен любой степени, представленный в виде произведения линейных множителей, или когда левая часть — дробь, у которой числитель и знаменатель — многочлены, и эти многочлены можно разложить на множители (правая часть неравенства равна нулю).

Метод интервалов основан на том, что графиком многочлена является некоторая непрерывная кривая, которая несколько раз пересекает ось Ox, и при этом, как правило, знак значения многочлена меняется на противоположный. Представление многочлена в виде линейных множителей определяет и точки пересечения его графика с осью Ox, и интервалы знакопостоянства. Последовательный перебор знаков при переходе от одного интервала к другому позволяет установить промежутки, составляющие решение данного неравенства.

Следует заметить, что при решении, например, иррациональных или логарифмических неравенств метод интервалов обычно не используется, так как при этом необходимо учитывать область допустимых значений неравенства.

Предметные цели изучения главы:

- обучение решению квадратных неравенств методом сведения к системе линейных неравенств и графическим методом;

- знакомство с решением систем неравенств, содержащих квадратное неравенство;
- обучение применению в простейших случаях метода интервалов к решению неравенств;
- развитие умения доказывать математические утверждения.

Метапредметные цели изучения главы:
- развитие умений создавать обобщения, использовать внутрипредметные и межпредметные связи, устанавливать причинно-следственные связи, делать выводы;
- развитие умения создавать и применять математические модели для решения учебных и прикладных задач;
- развитие умения осуществлять самооценку и контроль своей деятельности, выбирать наиболее эффективные способы решения учебных и прикладных задач;
- формирование умения организовывать учебное сотрудничество, в частности при проведении исследовательских работ.

Личностные цели:
- формирование ответственного отношения к учению и его результатам, стремления к саморазвитию, готовности к выбору индивидуальной траектории образования;
- формирование уважительного и доброжелательного отношения к другому человеку и его мнению, умения вести диалог; развитие опыта участия в социально значимом труде.

В результате изучения главы VI все учащиеся должны уметь решать с помощью эскизов графиков квадратные неравенства, а также простейшие неравенства методом интервалов при выполнении упражнений типа **689—691** и из рубрики *Проверь себя!* (I уровень).

§ 40 Квадратное неравенство и его решение (2/2 ч)

Цели изучения параграфа — формирование понятия квадратного неравенства и обучение аналитическому способу решения квадратного неравенства в случае положительного дискриминанта трёхчлена, стоящего в его левой части; демонстрация внутрипредметных связей курса алгебры.

На первом уроке при проверке домашней работы повторяются понятия и действия, сформулированные в рубрике *Нужно вспомнить*. Понятия «решение неравенства», «решить неравенство», свойства неравенства, алгоритмы решения линейных неравенств и их систем можно повторить с помощью вводных упражнений и у с т н ы х заданий:

1. Является ли число 0; 1; 5; −2 решением неравенства $2x - 1 \leqslant 0$?

2. Зная, что x — положительное число, определить знак значения выражения:
1) $x + 3$; 2) $-x$; 3) $-2x - 1$.

3. Зная, что x — отрицательное число, сравнить с нулём значение выражения:
1) $x - 2$; 2) $-x$; 3) $-x + 3$.

4. К обеим частям неравенства $x < -3$:
1) прибавить 3; 2) прибавить −1.

5. Обе части неравенства $x < -3$:
1) умножить на $\frac{1}{3}$; 2) разделить на $-\frac{1}{2}$.

6. Решить неравенство:
1) $x + 5 > 0$; 2) $3 - x \leqslant 0$; 3) $\frac{1}{2}x + 1 \geqslant 0$.

7. Решить систему неравенств:

1) $\begin{cases} x > 2, \\ x > 5; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x < 2, \\ x > 5; \end{cases}$ 3) $\begin{cases} x < 2, \\ x < 5; \end{cases}$ 4) $\begin{cases} x > 2, \\ x < 5. \end{cases}$

После рассмотрения решения задачи 1 текста параграфа вводятся понятия квадратного неравенства и решения квадратного неравенства, выполняются упражнения **649—651**. После разъяснения того, что значит решить неравенство, рассматривается решение задачи 2 текста параграфа и выполняется упражнение **652**.

На в т о р о м уроке можно предложить учащимся разобрать решение задачи 3 текста параграфа и после проверки домашней работы выполнить упражнения **653—656**.

Интересующимся математикой учащимся в домашнюю работу рекомендуется включить изучение рубрики *Шаг вперёд* и решение двух систем неравенств, приведённых в её заключительной части.

Распределение учебного материала по урокам может быть следующим:

Номер урока	Теоретический материал	Задания: основные для работы в классе и дома	для самостоятельной работы в классе	дополнительные
1	Введение к главе; § 40, до задачи 3	ВУ; № 649—652; ДМ № 1—3	№ 652 (3); ДМ № 3 (2)	№ 657; шаг вперёд (часть I, с. 266)

Продолжение

Номер урока	Теоретический материал	Задания		
		основные для работы в классе и дома	для самостоятельной работы в классе	дополнительные
2	§ 40, задача 3	№ 653—656; ДМ № 5—7	№ 654 (3); ДМ № 6 (3), 7 (3)	№ 658; ДМ № 8—10; шаг вперёд (часть II, с. 267); РТ № 11

В результате изучения параграфа все учащиеся должны научиться аналитически решать квадратные неравенства, аналогичные предложенным в упражнении **654**, и уметь отвечать на устные вопросы к параграфу.

Решение упражнений

657. График функции $y = ax^2 + bx + c$ может быть одного из двух типов, представленных на рисунке 14 (в зависимости от знака коэффициента a). В случае (1) $a > 0$ имеем $y(x_0) = ax_0^2 + bx_0 + c < 0$, поэтому $a(ax_0^2 + bx_0 + c) < 0$.

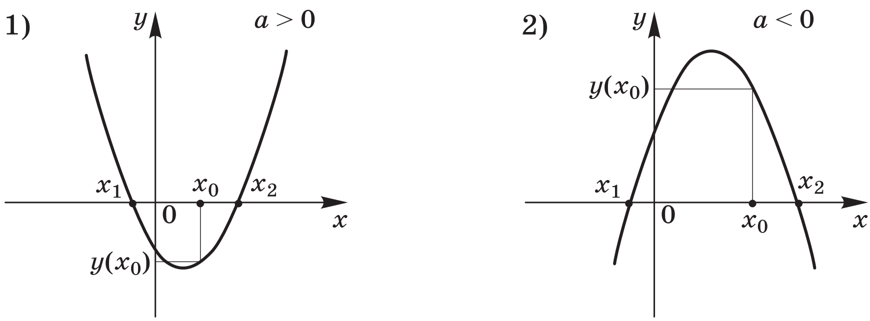

Рис. 14

В случае (2) $a < 0$ имеем $y(x_0) = ax_0^2 + bx_0 + c > 0$, поэтому $a(ax_0^2 + bx_0 + c) < 0$. Таким образом, для любого x_0, такого, что $x_1 < x_0 < x_2$, где x_1 и x_2 — нули функции $y = ax^2 + bx + c$, справедливо неравенство $a(ax_0^2 + bx_0 + c) < 0$.

658. Пусть $x - 1$, x, $x + 1$ — три последовательных натуральных числа.

По условию $\begin{cases}(x-1)x < 72,\\ x(x+1) \geqslant 72.\end{cases}$ (*)

Решение первого неравенства системы: $-8 < x < 9$; решение второго неравенства: $x \leqslant -9$, $x \geqslant 8$. Для решения системы (*) необходимо рассмотреть две системы неравенств:

1) $\begin{cases} -8 < x < 9, \\ x \leqslant -9; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} -8 < x < 9, \\ x \geqslant 8. \end{cases}$

Первая система не имеет решений, решение второй системы — промежуток $8 \leqslant x < 9$.

Таким образом, решением системы (*) будет промежуток $8 \leqslant x < 9$, но, учитывая, что x — натуральное число, $x = 8$.

Ответ. 7, 8, 9.

§ 41 Решение квадратного неравенства с помощью графика квадратичной функции (5/5 ч)

Цели изучения параграфа — обучение школьников решению квадратных неравенств с использованием графиков квадратичных функций; развитие умения выбирать оптимальные способы решения учебных задач.

Первый урок можно начать с проверки выполнения дома упражнения **656** (4). При этом, отвечая на вопросы, связанные с нахождением по графику значений x, в которых функция принимает положительные (отрицательные) значения, учащиеся готовятся к пониманию того, что они находят значения x, удовлетворяющие неравенству $-3x^2 - x - 2 > 0$ $(-3x^2 - x - 2 < 0)$. Одновременно учащиеся должны повторить смысл понятия «нули функции», например, с помощью вводного упражнения 1; должны вспомнить, как зависит направление ветвей параболы от знака коэффициента a квадратичной функции $y = ax^2 + bx + c$ (этому способствует выполнение вводного упражнения 2). Если упражнение **656** не задавалось на дом, то урок следует начать с выполнения задания **659**. После этого можно со всем классом аналитически решить неравенство $2x^2 - x - 1 \leqslant 0$, которое затем (с помощью задачи 1 текста учебника) решить с помощью графика функции $y = 2x^2 - x - 1$. Желательно, чтобы учащиеся оценили преимущества второго способа решения неравенства. Этим способом решаются квадратные неравенства **660** (1, 3).

При решении каждого из неравенств следует с помощью уже построенного графика квадратичной функции решить ещё три неравенства, отличающиеся от рассмотренного только знаками. Уже после рассмотрения задачи 1 учитель должен обратить внимание учащихся на то, что для решения квадратного неравенства с помощью графика квадратичной функции достаточно строить лишь эскиз графика, который верно демонстрирует направление ветвей параболы и нули функции (или местонахождение вершины параболы, если функция не имеет нулей).

На втором уроке со всем классом выполняется упражнение **661** (2, 4), после чего может быть выполнена самостоятельная работа по вариантам с последующей фронтальной проверкой: учащиеся, выполняющие I вариант, выполняют упражнение **661** (1) аналитически, а **661** (3) — с использованием графика квадратичной функции; учащиеся, выполняющие II вариант, решают аналитически упражнение **661** (3), а с помощью графика — упражнение **661** (1). На этом уроке выполняются по усмотрению учителя задания из дидактических материалов и упражнения **764** и **765** (из них же составляется и домашнее задание).

На третьем уроке рассматривается задача 2 и следующий за ней текст учебника на с. 269, выполняются упражнения **662** и **668**, а также при наличии времени — **664** (1, 3) и прикладная задача № 1.

На четвёртом уроке выполняется упражнение **664** (5, 7), разбирается решение задачи 3, следующий за ней текст учебника и формулируется алгоритм решения квадратного неравенства с помощью графика. На этом уроке в основном решаются неравенства, для которых вспомогательный график квадратичной функции не имеет общих точек с осью абсцисс. Эти неравенства содержатся в упражнениях **663**, **666**. Желательно, чтобы на этом уроке учащиеся определились с выбором темы *исследовательской работы*.

На пятом уроке с помощью сформулированного на предыдущем уроке алгоритма решения неравенств и графика квадратичной функции решаются различные квадратные неравенства из упражнений **665**, **667**, **669**, **670** и аналогичные задания из дидактических материалов. При наличии времени желательно решить прикладную задачу № 2.

Интересующимся математикой учащимся при изучении этого параграфа могут быть предложены анализ рубрики *Шаг вперёд* и выполнение упражнений **671—673**, **896**.

Таким образом, распределение учебного материала по урокам может быть следующим:

Номер урока	Теоретический материал	Задания		
		основные для работы в классе и дома	для самостоятельной работы в классе	дополнительные
1	§ 41, до задачи 2	ВУ № 1, 2; № 659—660; ДМ № 2; РТ № 1—3	ДМ № 2 (1, 2)	ДМ № 1
2	§ 40, задача 3	№ 661, 764, 765; ДМ № 4	Самостоятельная работа по вариантам: I в.: № 661 (1) — аналитически, 661 (3) — с эскизом графика; II в.: № 661 (3) — аналитически, 661 (1) — с эскизом графика	ДМ № 7 (1, 2), 9
3	§ 41, до задачи 3	№ 662, 668, 664 (1—4)	№ 662 (3), 668 (3)	ДМ № 5
4	§ 41, задача 3 и алгоритм	№ 664 (5—8), 663, 666	№ 663 (3, 5)	ПЗ № 1; ДМ № 8, 10; № 671, 672; шаг вперёд (с. 273)
5	§ 41	УВ; № 665, 667, 669, 670	№ 667 (3, 5)	ПЗ № 2; ДМ № 11; № 673, 896; РТ № 6, 7

В результате изучения параграфа все учащиеся должны научиться решать квадратные неравенства из упражнений типа **661—664** и выполнять устные задания к параграфу.

Решение упражнений

896. Как и в примере **673**, неравенство является верным при $r = 1$ и не выполняется при всех $x \in \boldsymbol{R}$, если $r = -1$.

При $r \neq 1$ и $r \neq -1$ задача сводится к решению системы неравенств

$$\begin{cases} r^2 - 1 > 0, \\ 4(r-1)^2 - 4(r^2-1) < 0, \end{cases}$$

т. е. к системе

$$\begin{cases} |r| > 1, \\ 1 - r < 0. \end{cases}$$

Отсюда получаем $r > 1$.

Ответ. $r \geqslant 1$.

§ 42 Метод интервалов (2/4 ч)

Цели изучения параграфа — формирование у учащихся умения решать квадратные неравенства методом интервалов и демонстрация применения этого метода для решения некоторых более сложных неравенств; развитие вариативности мышления.

Изучение учебного материала проводится в соответствии с текстом параграфа. На первом уроке следует выполнить вводные упражнения, а также задания следующего содержания:

1. При каком значении x значение функции $y = x - 2$; $y = x + 1$; $y = 2x - 1$ меняет знак с «+» на «−»?

2. При каких x значения двучленов $x - 3$ и $x - 1$ имеют одинаковые знаки?

От последнего задания можно перейти к изучению нового материала и рассмотреть задачу 1 текста параграфа и упражнения **675**, **676**.

Затем следует обсудить вопрос о том, в каких точках будет менять знак выражение, представляющее собой произведение трёх линейных множителей, например $x(x-1) \times (x+1)$. Изучить по учебнику задачу 2 текста параграфа и выполнить упражнение **677**.

На втором уроке решить задачи 3 и 4 текста параграфа и выполнить упражнения **678—682**.

Оформить решение можно так:

681. 2) $\dfrac{(x+4)^2}{2x^2 - 3x + 1} \geqslant 0$.

$(x+4)^2 \geqslant 0$ при $x \in \boldsymbol{R}$, поэтому дробь в левой части неравенства неотрицательна, когда $2x^2 - 3x + 1 > 0$. Решим это неравенство:

$D = (-3)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 1 = 9 - 8 = 1;$

$x_{1,2} = \frac{3 \pm 1}{4}$; $x_1 = 1$, $x_2 = \frac{1}{2}$;

$2x^2 - 3x + 1 = (x - 1)(2x - 1);$

$(x - 1)(2x - 1) > 0.$

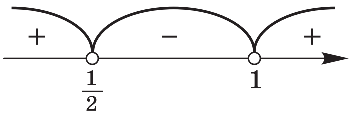

Рис. 15

Ответ. $x < \frac{1}{2}$, $x > 1$ (рис. 15).

Интересующимся математикой учащимся в домашнюю работу на этом уроке можно включить изучение рубрики *Шаг вперёд* и решение неравенств с модулями, предложенных в её конце.

Распределение учебного материала параграфа по урокам может быть следующим:

Номер урока	Теоретический материал	Задания		
		основные для работы в классе и дома	для самостоятельной работы в классе	дополнительные
1	§ 42, задачи 1 и 2	ВУ; № 675—677; ДМ № 4, 5	№ 676 (3)	№ 683; ДМ № 6
2	§ 42, задачи 3 и 4	№ 678—682; ДМ № 7	№ 678 (3), 681 (3); тест 6	№ 684—686; шаг вперёд (с. 280); ДМ № 10—12; РТ № 11

В результате изучения параграфа все учащиеся должны уметь применять метод интервалов при решении неравенств типа **675, 676** и отвечать на устные вопросы к параграфу.

Урок обобщения знаний и представления исследовательских работ (1/2 ч)

На этом уроке по результатам проверки выполнения *теста 6* проводится коррекция действий по решению квадратных неравенств. При этом по желанию учителя используются упражнения **687—690, 692—694, 697, 698**.

На уроке заслушиваются отчёты по выполнению исследовательских работ и в течение 10—15 минут рассматривается презентация лучшей из них.

Контрольная работа № 6

1. Решить неравенство:

1) $x^2 - 2x - 15 < 0$;

2) $-2x^2 - 5x + 3 \leqslant 0$;

3) $3x^2 - 4x + 7 > 0$.

[1) $x^2 + 2x - 8 > 0$;

2) $-2x^2 - x + 6 \geqslant 0$;

3) $2x^2 - 5x + 6 < 0$.]

2. Решить методом интервалов неравенство
$x(x - 5)(x + 3) > 0$. [$x(x - 3)(x + 4) < 0$.]

---

3. Решить неравенство:

1) $x(3x - 1) - x^2 + 16 \leqslant x(2 - x) - x(11 - 2x)$;

2) $\dfrac{(x - 1)(2x + 3)}{(3x + 2)(x - 5)} > 0$;

[1) $3x(x + 2) - (4 - x)(4 + x) \geqslant 5(x^2 + 1) - 4(x - 1)$;

2) $\dfrac{(x - 6)(3x + 1)}{(x + 2)(2x - 5)} < 0$.]

Примерное поурочное планирование учебного материала

I вариант (3 часа в неделю, всего 102 часа)

II вариант (4 часа в неделю, всего 136 часов)

Номер параграфа	Содержание материала	Количество часов	
		I вариант	II вариант
Глава I. Неравенства		19 ч	22 ч
1	Положительные и отрицательные числа	2 ч	2 ч
2	Числовые неравенства	1 ч	1 ч
3	Основные свойства числовых неравенств	2 ч	2 ч
4	Сложение и умножение неравенств	1 ч	1 ч
5	Строгие и нестрогие неравенства	1 ч	1 ч
6	Неравенства с одним неизвестным	1 ч	1 ч
7	Решение неравенств	3 ч	3 ч
8	Системы неравенств с одним неизвестным. Числовые промежутки	1 ч	1 ч
9	Решение систем неравенств	3 ч	4 ч
10	Модуль числа. Уравнения и неравенства, содержащие модуль	2 ч	3 ч
	Урок обобщения знаний и представления исследовательских работ	1 ч	2 ч
	Контрольная работа № 1	1 ч	1 ч
Глава II. Приближённые вычисления		18 ч	19 ч
11	Приближённые значения величин. Погрешность приближения	2 ч	2 ч
12	Оценка погрешности	2 ч	2 ч
13	Округление чисел	1 ч	1 ч
14	Относительная погрешность	2 ч	2 ч
15	Практические приёмы приближённых вычислений	4 ч	4 ч
16	Простейшие вычисления на микрокалькуляторе	1 ч	1 ч
17	Действия над числами, записанными в стандартном виде	2 ч	2 ч

Номер параграфа	Содержание материала	Количество часов	
		I вариант	II вариант
18	Вычисления на микрокалькуляторе степени и числа, обратного данному	1 ч	1 ч
19	Последовательное выполнение операций на микрокалькуляторе	1 ч	1 ч
	Урок обобщения знаний и представления исследовательских работ	1 ч	2 ч
	Контрольная работа № 2	1 ч	1 ч
Глава III. Квадратные корни		13 ч	15 ч
20	Арифметический квадратный корень	2 ч	2 ч
21	Действительные числа	2 ч	2 ч
22	Квадратный корень из степени	3 ч	3 ч
23	Квадратный корень из произведения	2 ч	2 ч
24	Квадратный корень из дроби	2 ч	3 ч
	Урок обобщения знаний и представления исследовательских работ	1 ч	2 ч
	Контрольная работа № 3	1 ч	1 ч
Глава IV. Квадратные уравнения		26 ч	30 ч
25	Квадратное уравнение и его корни	2 ч	2 ч
26	Неполные квадратные уравнения	1 ч	1 ч
27	Метод выделения полного квадрата	1 ч	1 ч
28	Решение квадратных уравнений	3 ч	4 ч
29	Приведённое квадратное уравнение. Теорема Виета	2 ч	3 ч
30	Уравнения, сводящиеся к квадратным	3 ч	3 ч
31	Решение задач с помощью квадратных уравнений	4 ч	4 ч
32	Решение простейших систем, содержащих уравнение второй степени	3 ч	3 ч

Продолжение

Номер параграфа	Содержание материала	Количество часов	
		I вариант	II вариант
33	Различные способы решения систем уравнений	3 ч	3 ч
34	Решение задач с помощью систем уравнений	2 ч	3 ч
	Урок обобщения знаний и представления исследовательских работ	1 ч	2 ч
	Контрольная работа № 4	1 ч	1 ч
Глава V. Квадратичная функция		15 ч	18 ч
35	Определение квадратичной функции	1 ч	2 ч
36	Функция $y = x^2$	1 ч	2 ч
37	Функция $y = ax^2$	3 ч	3 ч
38	Функция $y = ax^2 + bx + c$	3 ч	3 ч
39	Построение графика квадратичной функции	4 ч	5 ч
	Урок обобщения знаний и представления исследовательских работ	2 ч	2 ч
	Контрольная работа № 5	1 ч	1 ч
Глава VI. Квадратные неравенства		11 ч	14 ч
40	Квадратное неравенство и его решение	2 ч	2 ч
41	Решение квадратного неравенства с помощью графика квадратичной функции	5 ч	5 ч
42	Метод интервалов	2 ч	4 ч
	Урок обобщения знаний и представления исследовательских работ	1 ч	2 ч
	Контрольная работа № 6	1	1 ч
Итоговое повторение и решение задач		—	18 ч

Оглавление

Учебное издание

Колягин Юрий Михайлович
Ткачёва Мария Владимировна
Фёдорова Надежда Евгеньевна
Шабунин Михаил Иванович

АЛГЕБРА

Методические рекомендации

8 класс

Учебное пособие
для общеобразовательных организаций

Центр естественно-математического образования
Редакция математики и информатики
Зав. редакцией *Т. А. Бурмистрова*
Редакторы *Н. Н. Сорокина, И. В. Рекман*
Младший редактор *Е. А. Андреенкова*
Художник *О. П. Богомолова*
Художественный редактор *О. П. Богомолова*
Компьютерная графика *И. В. Губиной*
Компьютерная вёрстка
и техническое редактирование *О. В. Сиротиной*
Корректоры *Е. В. Барановская, А. В. Рудакова*

Налоговая льгота — Общероссийский классификатор продукции ОК 005-93—953000. Изд. лиц. Серия ИД № 05824 от 12.09.01. Подписано в печать 06.06.16. Формат 60×90 1/16. Бумага офсетная. Гарнитура SchoolBookCSanPin. Уч.-изд. л. 6,65. Тираж 50 экз. Заказ № .

Акционерное общество «Издательство «Просвещение». 127521, Москва, 3-й проезд Марьиной рощи, 41.

Отпечатано в типографии «Onebook» ООО «Сам Полиграфист». 129090, Москва, Протопоповский пер., 6. Тел.: +7(495) 545-37-10. E-mail: indo@onebook.ru Сайт: www.onebook.ru

АЛГЕБРА

Примерная рабочая программа

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Рабочая программа основного общего образования по алгебре составлена на основе Фундаментального ядра содержания общего образования и Требований к результатам освоения основной общеобразовательной программы основного общего образования, представленных в Федеральном государственном образовательном стандарте общего образования. В ней также учитываются основные идеи и положения Программы развития и формирования универсальных учебных действий для основного общего образования.

Сознательное овладение учащимися системой алгебраических знаний и умений необходимо в повседневной жизни для изучения смежных дисциплин и продолжения образования.

Практическая значимость школьного курса алгебры обусловлена тем, что её объектом являются количественные отношения действительного мира. Математическая подготовка необходима для понимания принципов устройства и использования современной техники, восприятия научных и технических понятий и идей. Математика является языком науки и техники. С её помощью моделируются и изучаются явления и процессы, происходящие в природе.

Алгебра является одним из опорных предметов основной школы: она обеспечивает изучение других дисциплин. В первую очередь это относится к предметам естественно-научного цикла, в частности к физике. Развитие логического мышления учащихся при обучении алгебре способствует усвоению предметов гуманитарного цикла. Практические умения и навыки алгебраического характера необходимы для трудовой и профессиональной подготовки школьников.

Развитие у учащихся правильных представлений о сущности и происхождении алгебраических абстракций, соотношении реального и идеального, характере отражения математической наукой явлений и процессов реального мира, месте алгебры в системе наук и роли математического моделирования в научном познании и в практике способствует формированию научного мировоззрения учащихся и качеств мышления, необходимых для адаптации в современном информационном обществе.

Требуя от учащихся умственных и волевых усилий, концентрации внимания, активности развитого воображения, алгебра развивает нравственные черты личности (настойчивость, целеустремлённость, творческую активность, самостоятельность, ответственность, трудолюбие, дисциплину и критичность мышления) и умение аргументированно отстаивать свои взгляды и убеждения, а также способность принимать самостоятельные решения.

Изучение алгебры, функций, вероятности и статистики существенно расширяет кругозор учащихся, знакомя их с индукцией и дедукцией, обобщением и конкретизацией, анализом и синтезом, классификацией и систематизацией, абстрагированием, аналогией. Активное использование задач на всех этапах учебного процесса развивает творческие способности школьников.

Изучение алгебры позволяет формировать умения и навыки умственного труда — планирование своей работы, поиск рациональных путей её выполнения, критическую оценку результатов. В процессе изучения алгебры школьники должны научиться излагать свои мысли ясно и исчерпывающе, лаконично и ёмко, приобрести навыки чёткого, аккуратного и грамотного выполнения математических записей.

Важнейшей задачей школьного курса алгебры является развитие логического мышления учащихся. Сами объекты математических умозаключений и принятые в алгебре правила их конструирования способствуют формированию умений обосновывать и доказывать суждения, приводить чёткие определения, развивают логическую интуицию, кратко и наглядно раскрывают механизм логических построений и учат их применению. Тем самым алгебра занимает одно из ведущих мест в формировании научно-теоретического мышления школьников. Раскрывая внутреннюю гармонию математики, формируя понимание красоты и изящества математических рассуждений, алгебра вносит значительный вклад в эстетическое воспитание учащихся.

Общая характеристика курса. В курсе алгебры можно выделить следующие основные содержательные линии: арифметика; алгебра; функции; вероятность и статистика. Наряду с этим в содержание включены два дополнительных методологических раздела: логика и множества; математика в историческом развитии, что связано с реализацией целей общеинтеллектуального и общекультурного развития учащихся. Содержание каждого из этих разделов разворачивается в содержательно-методическую линию, пронизывающую все основные содержательные линии. При этом первая линия — «Логика и множества» — служит цели овладения учащимися некоторыми элементами универсального математического языка, вторая — «Математика в историческом развитии» — способствует созданию общекультурного, гуманитарного фона изучения курса.

Содержание линии «Арифметика» служит базой для дальнейшего изучения учащимися математики, способствует развитию их логического мышления, формированию умения пользоваться алгоритмами, а также приобретению практических навыков, необходимых в повседневной жизни. Развитие понятия о числе в основной школе связано с рациональными и иррациональными числами, формированием первичных представлений о действительном числе.

Содержание линии «Алгебра» способствует формированию у учащихся математического аппарата для решения задач из разделов математики, смежных предметов и окружающей реальности. Язык алгебры подчёркивает значение математики как языка для построения математических моделей процессов и явлений реального мира.

Развитие алгоритмического мышления, необходимого, в частности, для освоения курса информатики, и овладение навыками дедуктивных рассуждений также являются задачами изучения алгебры. Преобразование символьных форм вносит специфический вклад в развитие воображения учащихся, их способностей к математическому творчеству. В основной школе материал группируется вокруг рациональных выражений.

Содержание раздела «Функции» нацелено на получение школьниками конкретных знаний о функции как важнейшей математической модели для описания и исследования разнообразных процессов. Изучение этого материала способствует развитию у учащихся умения использовать различные языки математики (словесный, символический, графический), вносит вклад в формирование представлений о роли математики в развитии цивилизации и культуры.

Раздел «Вероятность и статистика» — обязательный компонент школьного образования, усиливающий его прикладное и практическое значение. Этот материал необходим, прежде всего, для формирования у учащихся функциональной грамотности — умения воспринимать и критически анализировать информацию, представленную в различных формах, понимать вероятностный характер многих реальных зависимостей, производить простейшие вероятностные расчёты. Изучение основ комбинаторики позволит учащемуся осуществлять рассмотрение случаев, перебор и подсчёт числа вариантов, в том числе в простейших прикладных задачах.

При изучении статистики и вероятности обогащаются представления о современной картине мира и методах его исследования, формируется понимание роли статистики как источника социально значимой информации и закладываются основы вероятностного мышления.

Место предмета в учебном плане. Базисный учебный (образовательный) план на изучение алгебры в 7—9 классах основной школы отводит 3 часа в неделю в течение каждого года обучения, всего 315 уроков на базовом уровне и не менее 4 ч в неделю на углублённом уровне.

ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОСВОЕНИЯ КУРСА АЛГЕБРЫ В 7—9 КЛАССАХ

Для обеспечения возможности успешного продолжения образования на базовом и углублённом (выделено *курсивом*) уровнях выпускник получит возможность научиться в 7—9 классах:

Элементы теории множеств и математической логики

• Оперировать[1] понятиями: множество, *характеристики множества,* элемент множества*, пустое, конечное и бесконечное множество*, подмножество, принадлежность, *включение, равенство множеств*;

• *изображать множества и отношение множеств с помощью кругов Эйлера*;

• *определять принадлежность элемента множеству, объединению и пересечению множеств*;

• задавать множество перечислениемего элементов, *словесного описания*;

• находить пересечение, объединение, подмножество в простейших ситуациях;

• оперировать понятиями: определение, аксиома, теорема, доказательство, *высказывание, истинность и ложность высказывания, отрицание высказываний, операции над высказываниями: и, или, не, условные высказывания (импликации)*;

• приводить примеры и контрпримеры для подтвержнения своих высказываний;

• *строить высказывания, отрицания высказываний.*

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

• использовать графическое представление множеств для описания реальных процессов и явлений при решении задач из других учебных предметов;

• *строить цепочки умозаключений на основе использования правил логики*;

• *использовать множества, операции с множествами, их графическое представление для описания реальных процессов и явлений.*

Числа

• Оперировать понятиями: натуральное число, целое число, обыкновенная дробь, десятичная дробь, смешанная дробь, рациональное число, арифметический квадратный корень;

[1] Здесь и далее на:
базовом уровне — распознавать конкретные примеры общих понятий по характерным признакам, выполнять действия в соответствии с определением и простейшими свойствами понятий, конкретизировать примерами общие понятия;
углублённом уровне — знать определение понятия, уметь пояснять его смысл, уметь использовать понятие и его свойства при проведении рассуждений, доказательств, решении задач.

• *оперировать понятиями: множество натуральных чисел, множество целых чисел, множество рациональных чисел, иррациональное число, квадратный корень, множество действительных чисел, геометрическая интерпретация натуральных, целых, рациональных, действительных чисел*;

• *понимать и объяснять смысл позиционной записи натурального числа*;

• использовать свойства чисел и правила действий при выполнении вычислений, *в том числе с использованием приёмов рациональных вычислений*;

• использовать признаки делимости на 2, 5, 3, 9, 10 при выполнении вычислений и решении несложных задач;

• выполнять округление рациональных чисел в соответствии с правилами и *с заданной точностью*;

• оценивать значение квадратного корня из положительного целого числа;

• распознавать рациональные и иррациональные числа и *сравнивать их*;

• *представлять рациональное число в виде десятичной дроби*;

• *упорядочивать числа, записанные в виде обыкновенной и десятичной дроби*;

• находить НОД и НОК чисел и *использовать их при решении задач.*

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

• оценивать результаты вычислений при решении практических задач;

• выполнять сравнение чисел в реальных ситуациях;

• составлять числовые выражения при решении практических задач и задач из других учебных предметов;

• *применять правила приближённых вычислений при решении практических задач и решении задач из других учебных предметов*;

• *выполнять сравнение результатов вычислений при решении практических задач, в том числе приближённых вычислений*;

• *составлять и оценивать числовые выражения при решении практических задач и задач из других учебных предметов*;

• *записывать и округлять числовые значения реальных величин с использованием разных систем измерения.*

Тождественные преобразования

• Оперировать понятиями: степень с натуральным показателем, степень с целым отрицательным показателем;

• выполнять несложные преобразования для вычисления значений числовых выражений, содержащих степени с натуральным показателем, степени с целым отрицательным показателем;

• выполнять преобразования целых выражений: раскрывать скобки, приводить подобные слагаемые; *действия с одночленами (сложение, вычитание, умножение), действия с многочленами (сложение, вычитание, умножение)*;

• использовать формулы сокращённого умножения (квадрат суммы, квадрат разности, разность квадратов) для упрощения вычислений значений выражений;

• *выполнять разложение многочленов на множители одним из способов: вынесение за скобку, группировка, использование формул сокращённого умножения*;

• *выделять квадрат суммы и разности одночленов*;

• *раскладывать на множители квадратный трёхчлен*;

• *выполнять преобразования выражений, содержащих степени с целыми отрицательными показателями, переходить от записи в виде степени с целым отрицательным показателем к записи в виде дроби*;

• выполнять несложные преобразования дробно-линейных выражений и выражений с квадратными корнями, *а также сокращение дробей, приведение алгебраических дробей к общему знаменателю, сложение, умножение, деление алгебраических дробей, возведение алгебраической дроби в натуральную и целую отрицательную степень*;

• *выполнять преобразования выражений, содержащих квадратные корни*;

• *выделять квадрат суммы или разности двучлена в выражениях, содержащих квадратные корни*;

• *выполнять преобразования выражений, содержащих модуль.*

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

• понимать смысл записи числа в стандартном виде;

• оперировать на базовом уровне понятием «стандартная запись числа».

• *выполнять преобразования и действия с числами, записанными в стандартном виде*;

• *выполнять преобразования алгебраических выражений при решении задач других учебных предметов.*

<u>Уравнения и неравенства</u>

• Оперировать понятиями: равенство, числовое равенство, уравнение, числовое неравенство, неравенство, корень уравнения, решение уравнения, решение неравенства, *равносильные уравнения, область определения уравнения (неравенства, системы уравнений или неравенств)*;

• проверять справедливость числовых равенств и неравенств;

• решать линейные неравенства и несложные неравенства, сводящиеся к линейным;

• решать линейные уравнения и *уравнения, сводимые к линейным,* с помощью тождественных преобразований;

• проверять, является ли данное число решением уравнения (неравенства);

• решать квадратные уравнения по формуле корней квадратного уравнения;

• *решать квадратные уравнения и уравнения, сводимые к квадратным, с помощью тождественных преобразований*;

• решать системы несложных линейных уравнений, неравенств;

• изображать решения неравенств и их систем на числовой прямой;

• *решать дробно-линейные уравнения*;

• *решать простейшие иррациональные уравнения вида* $\sqrt{f(x)} = a$, $\sqrt{f(x)} = \sqrt{g(x)}$;

• *решать уравнения вида* $x^n = a$;

• *решать уравнения способом разложения на множители и замены переменной*;

• *использовать метод интервалов для решения целых и дробно-рациональных неравенств*;

• *решать линейные уравнения и неравенства с параметрами*;

• *решать несложные квадратные уравнения с параметром*;

• *решать несложные системы линейных уравнений с параметрами*;

• *решать несложные уравнения в целых числах.*

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

• составлять и решать линейные уравнения и *квадратные уравнения, уравнения, к ним сводящиеся, системы линейных уравнений, неравенств* при решении задач из других учебных предметов;

• *выполнять оценку правдоподобия результатов, получаемых при решении линейных и квадратных уравнений и систем линейных уравнений и неравенств при решении задач других учебных предметов*;

• *выбирать соответствующие уравнения, неравенства или их системы для составления математической модели заданной реальной ситуации или прикладной задачи*;

• *уметь интерпретировать полученный при решении уравнения, неравенства или системы результат в контексте заданной реальной ситуации или прикладной задачи.*

Функции

• Оперировать понятиями: *функциональная зависимость,* функция, график функции, способы задания функции, аргумент и значение функции, область определения и множество значений функции, нули функции, *промежутки знакопостоянства, монотонность функции, чётность/нечётность функции*;

• находить значение функции по заданному значению аргумента;

• находить значение аргумента по заданному значению функции в несложных ситуациях;

• определять положение точки по её координатам, координаты точки по её положению на координатной плоскости;

• по графику находить область определения, множество значений, нули функции, промежутки знакопостоянства, промежутки возрастания и убывания, наибольшее и наименьшее значения функции;

• строить график линейной функции;

• проверять, является ли данный график графиком заданной функции (линейной, квадратичной, обратной пропорциональности);

• определять приближённые значения координат точки пересечения графиков функций;

• *строить графики линейной, квадратичной функций, обратной пропорциональности, функций вида:* $y = a + \dfrac{k}{x+b}$, $y = \sqrt{x}$, $x = \sqrt[3]{x}$, $y = |x|$;

• *на примере квадратичной функции, использовать преобразования графика функции* $y = f(x)$ *для построения графика функции* $y = af(kx + b) + c$;

• *составлять уравнения прямой по заданным условиям: проходящей через две точки с заданными координатами, проходящей через данную точку и параллельной данной прямой*;

• *исследовать функцию по её графику*;

• *находить множество значений, нули, промежутки знакопостоянства, монотонности квадратичной функции*;

• оперировать на базовом уровне понятиями: последовательность, арифметическая прогрессия, геометрическая прогрессия;

• решать простые задачи на прогрессии, в которых ответ может быть получен непосредственным подсчётом без применения формул;

• *решать задачи на арифметическую и геометрическую прогрессию.*

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

• использовать графики реальных процессов и зависимостей для определения их свойств (наибольшие и наименьшие значения, промежутки возрастания и убывания, области положительных и отрицательных значений и т. п.);

• использовать свойства линейной функции и её график при решении задач из других учебных предметов;

• *иллюстрировать с помощью графика реальную зависимость или процесс по их характеристикам*;

• *использовать свойства и график квадратичной функции при решении задач из других учебных предметов.*

Текстовые задачи

• Решать несложные сюжетные задачи разных типов на все арифметические действия;

• решать простые и *сложные задачи разных типов, а также задачи повышенной трудности*;

• строить модель условия задачи (в виде таблицы, схемы, рисунка), в которой даны значения двух из трёх взаимосвязанных величин, с целью поиска решения задачи; *использовать разные краткие записи как модели текстов сложных задач для построения поисковой схемы и решения задач*;

• *различать модель текста и модель решения задачи, конструировать к одной модели решения несложной задачи разные модели текста задачи*;

• осуществлять способ поиска решения задачи, в котором рассуждение строится от условия к требованию или от требования к условию; *знать и применять оба способа поиска решения задач (от требования к условию и от условия к требованию)*;

• решать несложные логические задачи методом рассуждений, *моделировать рассуждения при поиске решения задач с помощью граф-схемы*;

• *решать логические задачи разными способами, в том числе с двумя блоками и с тремя блоками данных с помощью таблиц*;

• составлять план решения задачи; выделять этапы решения задачи *и содержание каждого этапа*;

• *уметь выбирать оптимальный метод решения задачи и осознавать выбор метода, рассматривать различные методы, находить разные решения задачи, если возможно*;

• *анализировать затруднения при решении задач*;

• *выполнять различные преобразования предложенной задачи, конструировать новые задачи из данной, в том числе обратные*;

• *интерпретировать вычислительные результаты в задаче, исследовать полученное решение задачи*;

• *анализировать всевозможные ситуации взаимного расположения двух объектов и изменение их характеристик при совместном движении (скорость, время, расстояние) при решении задач на движение двух объектов как в одном, так и в противоположных направлениях*;

• знать различие скоростей объекта в стоячей воде, против течения и по течению реки; *исследовать всевозможные ситу-*

ации при решении задач на движение по реке, рассматривать разные системы отсчёта;

• решать задачи на нахождение части числа и числа по его части, *решать разнообразные задачи «на части»*;

• *решать и обосновывать своё решение задач (выделять математическую основу) на нахождение части числа и числа по его части на основе конкретного смысла дроби*;

• находить процент от числа, число по его проценту, процентное отношение двух чисел, процентное снижение или процентное повышение величины;

• *решать задачи на проценты, в том числе сложные проценты с обоснованием, используя разные способы*;

• решать, *осознавать и объяснять идентичность* задачи разных типов (на работу, на покупки, на движение), связывающих три величины, выделять эти величины и отношения между ними, *применять их при решении задач, конструировать собственные задачи указанных типов*;

• *владеть основными методами решения задач на смеси, сплавы, концентрации*;

• *решать задачи по комбинаторике и теории вероятностей на основе использования изученных методов и обосновывать решение*;

• *решать несложные задачи по математической статистике*;

• *овладевать основными методами решения сюжетных задач: арифметический, алгебраический, перебор вариантов, геометрический, графический, применять их в новых по сравнению с изученными ситуациях.*

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

• выдвигать гипотезы о возможных предельных значениях искомых величин в задаче (делать прикидку);

• *выделять при решении задач характеристики рассматриваемой в задаче ситуации, отличные от реальных (те, от которых абстрагировались), конструировать новые ситуации с учётом этих характеристик, в частности при решении задач на концентрации учитывать плотность вещества*;

• *решать и конструировать задачи на основе рассмотрения реальных ситуаций, в которых не требуется точный вычислительный результат.*

Статистика и теория вероятностей

• Иметь представление о статистических характеристиках, вероятности случайного события, комбинаторных задачах;

• решать простейшие комбинаторные задачи методом прямого и организованного перебора;

• представлять данные в виде таблиц, диаграмм, графиков;

• читать информацию, представленную в виде таблицы, диаграммы, графика;

• определять основные статистические характеристики числовых наборов;

• оценивать вероятность события в простейших случаях;

• иметь представление о роли закона больших чисел в массовых явлениях;

• *оперировать понятиями: столбчатые и круговые диаграммы, таблицы данных, среднее арифметическое, медиана, наибольшее и наименьшее значения выборки, размах выборки, дисперсия и стандартное отклонение, случайная изменчивость*;

• *извлекать информацию, представленную в таблицах, на диаграммах, графиках*;

• *составлять таблицы, строить диаграммы и графики на основе данных*;

• *оперировать понятиями: факториал числа, перестановки и сочетания, треугольник Паскаля*;

• *применять правило произведения при решении комбинаторных задач*;

• *оперировать понятиями: случайный опыт, случайный выбор, испытание, элементарное случайное событие (исход), классическое определение вероятности случайного события, операции над случайными событиями*;

• *представлять информацию с помощью кругов Эйлера*;

• *решать задачи на вычисление вероятности с подсчётом количества вариантов с помощью комбинаторики.*

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

• оценивать количество возможных вариантов методом перебора;

• иметь представление о роли практически достоверных и маловероятных событий;

• сравнивать основные статистические характеристики, полученные в процессе решения прикладной задачи, изучения реального явления;

• оценивать вероятность реальных событий и явлений в несложных ситуациях;

• извлекать, интерпретировать и *преобразовывать* информацию, представленную в таблицах, на диаграммах, графиках, отражающую свойства и характеристики реальных процессов и явлений;

• *определять статистические характеристики выборок по таблицам, диаграммам, графикам, выполнять сравнение в зависимости от цели решения задачи*;

• *оценивать вероятность реальных событий и явлений.*

История математики

• Описывать отдельные выдающиеся результаты, полученные в ходе развития математики как науки;

• знать примеры математических открытий и их авторов в связи с отечественной и всемирной историей;

• понимать роль математики в развитии России;

• *характеризовать вклад выдающихся математиков в развитие математики и иных научных областей.*

Методы математики

• Выбирать подходящий изученный метод для решении изученных типов математических задач;

• приводить примеры математических закономерностей в окружающей действительности и произведениях искусства;

• *используя изученные методы, проводить доказательство, выполнять опровержение*;

• *выбирать изученные методы и их комбинации для решения математических задач*;

• *использовать математические знания для описания закономерностей в окружающей действительности и произведениях искусства*;

• *применять простейшие программные средства и электронно-коммуникационные системы при решении математических задач.*

СОДЕРЖАНИЕ КУРСА АЛГЕБРЫ В 7—9 КЛАССАХ

(Содержание, выделенное *курсивом*,
изучается на углублённом уровне)

Числа

Рациональные числа. Множество рациональных чисел. Сравнение рациональных чисел. Действия с рациональными числами. *Представление рационального числа десятичной дробью.*

Иррациональные числа. Понятие иррационального числа. Распознавание иррациональных чисел. Примеры доказательств в алгебре. Иррациональность числа $\sqrt{2}$. Применение в геометрии. *Сравнение иррациональных чисел. Множество действительных чисел.*

Тождественные преобразования

Числовые и буквенные выражения. Выражение с переменной. Значение выражения. Подстановка выражений вместо переменных.

Целые выражения. Степень с натуральным показателем и её свойства. Преобразования выражений, содержащих степени с натуральным показателем. Одночлен, многочлен. Действия с одночленами и многочленами (сложение, вычитание, умножение). Формулы сокращённого умножения: разность квадратов, квадрат суммы и разности. Разложение многочлена на множители: вынесение общего множителя за скобки, *группировка, применение формул сокращённого умножения. Квадратный трёхчлен, разложение квадратного трёхчлена на множители.*

Дробно-рациональные выражения. Степень с целым показателем. Преобразование дробно-линейных выражений: сложение, умножение, деление. *Алгебраическая дробь. Допустимые значения переменных в дробно-рациональных выражениях. Сокращение алгебраических дробей. Приведение алгебраических дробей к общему знаменателю. Действия с алгебраическими дробями: сложение, вычитание, умножение, деление, возведение в степень. Преобразование выражений, содержащих знак модуля.*

Квадратные корни. Арифметический квадратный корень. Преобразование выражений, содержащих квадратные корни: умножение, деление, вынесение множителя из-под знака корня, *внесение множителя под знак корня.*

Уравнения и неравенства

Равенства. Числовое равенство. Свойства числовых равенств. Равенство с переменной.

Уравнения. Понятие уравнения и корня уравнения. *Представление о равносильности уравнений. Область определения уравнения (область допустимых значений переменной).*

Линейное уравнение и его корни. Решение линейных уравнений. *Линейное уравнение с параметром. Количество корней линейного уравнения. Решение линейных уравнений с параметром.*

Квадратное уравнение и его корни. Квадратные уравнения. Неполные квадратные уравнения. Дискриминант квадратного уравнения. Формула корней квадратного уравнения. *Теорема Виета. Теорема, обратная теореме Виета.* Решение квадратных уравнений: использование формулы для нахождения корней, *графический метод решения, разложение на множители, подбор корней с использованием теоремы Виета. Количество корней квадратного уравнения в зависимости от его дискриминанта. Биквадратные уравнения. Уравнения, сводимые к линейным и квадратным. Квадратные уравнения с параметром.*

Дробно-рациональные уравнения. Решение простейших дробно-линейных уравнений. *Решение дробно-рациональных уравнений. Методы решения уравнений: методы равносильных преобразований, метод замены переменной, графический метод. Использование свойств функций при решении уравнений. Простейшие иррациональные уравнения вида* $\sqrt{f(x)} = a$, $\sqrt{f(x)} = \sqrt{g(x)}$. *Уравнения вида* $x^n = a$. *Уравнения в целых числах.*

Системы уравнений. Уравнение с двумя переменными. Линейное уравнение с двумя переменными. *Прямая как графическая интерпретация линейного уравнения с двумя переменными.*

Понятие системы уравнений. Решение системы уравнений. Методы решения систем линейных уравнений с двумя переменными: *графический метод, метод сложения,* метод подстановки. *Системы линейных уравнений с параметром.*

Неравенства. Числовые неравенства. Свойства числовых неравенств. Проверка справедливости неравенств при заданных значениях переменных. Неравенство с переменной. Строгие и нестрогие неравенства. *Область определения неравенства (область допустимых значений переменной).*

Решение линейных неравенств. *Квадратное неравенство и его решения. Решение квадратных неравенств: использование свойств и графика квадратичной функции, метод интервалов. Запись решения квадратного неравенства. Решение целых и дробно-рациональных неравенств методом интервалов.*

Системы неравенств. Системы неравенств с одной переменной. Решение систем неравенств с одной переменной: линейных, *квадратных*. Изображение решения системы неравенств на числовой прямой. Запись решения системы неравенств.

Функции

Понятие функции. Декартовы координаты на плоскости. Формирование представлений о метапредметном понятии «координаты». Способы задания функций: аналитический, графический, табличный. График функции. Примеры функций, получаемых в процессе исследования различных реальных процессов и решения задач. Значение функции в точке. Свойства функций: область определения, множество значений, нули, промежутки знакопостоянства, *чётность/нечётность,* промежутки возрастания и убывания, наибольшее и наименьшее значения. Исследование функции по её графику. *Представление об асимптотах. Непрерывность функции. Кусочно заданные функции.*

Линейная функция. Свойства и график линейной функции. Угловой коэффициент прямой. Расположение графика линейной функции в зависимости от её углового коэффициента и свободного члена. *Нахождение коэффициентов линейной функции по заданным условиям: прохождение прямой через две точки с заданными координатами, прохождение прямой через данную точку и параллельно данной прямой.*

Квадратичная функция. Свойства и график квадратичной функции (парабола). *Построение графика квадратичной функции по точкам.* Нахождение нулей квадратичной функции, *множества значений, промежутков знакопостоянства, промежутков монотонности.*

Обратная пропорциональность. Свойства функции $y = \frac{k}{x}$. Гипербола.

Графики функций. *Преобразование графика функции $y = f(x)$ для построения графиков функций вида $y = af(kx + b) + c$. Графики функций $y = a + \frac{k}{x+b}$, $y = \sqrt{x}$, $x = \sqrt[3]{x}$, $y = |x|$.*

Последовательности и прогрессии. Числовая последовательность. Примеры числовых последовательностей. Бесконечные последовательности. Арифметическая прогрессия и её свойства. Геометрическая прогрессия. *Формула общего члена и суммы n первых членов арифметической и геометрической прогрессий. Сходящаяся геометрическая прогрессия.*

Решение текстовых задач

Задачи на все арифметические действия. Решение текстовых задач арифметическим способом. Использование таблиц, схем, чертежей, других средств представления данных при решении задачи.

Задачи на движение, работу и покупки. Анализ возможных ситуаций взаимного расположения объектов при их движении, соотношения объёмов выполняемых работ при совместной работе.

Задачи на части, доли, проценты. Решение задач на нахождение части числа и числа по его части. Решение задач на проценты и доли. Применение пропорций при решении задач.

Логические задачи. Решение логических задач. *Решение логических задач с помощью графов, таблиц.*

Основные методы решения текстовых задач: арифметический, алгебраический, перебор вариантов. *Первичные представления о других методах решения задач (геометрические и графические методы).*

Статистика и теория вероятностей

Статистика. Табличное и графическое представление данных, столбчатые и круговые диаграммы, графики, применение диаграмм и графиков для описания зависимостей реальных величин, извлечение информации из таблиц, диаграмм и графиков. Описательные статистические показатели числовых наборов: среднее арифметическое, *медиана,* наибольшее и наименьшее значения. Меры рассеивания: размах, *дисперсия и стандартное отклонение.* Случайная изменчивость. Изменчивость при измерениях. *Решающие правила. Закономерности в изменчивых величинах.*

Случайные события. Случайные опыты (эксперименты), элементарные случайные события(исходы). Вероятности элементарных событий. События в случайных экспериментах и благоприятствующие элементарные события. Вероятности случайных событий. Опыты с равновозможными элементарными событиями. Классические вероятностные опыты с использованием монет, кубиков. *Представление событий с помощью диаграмм Эйлера. Противоположные события, объединение и пересечение событий. Правило сложения вероятностей. Случайный выбор. Представление эксперимента в виде дерева. Независимые события. Умножение вероятностей независимых событий. Последовательные независимые испытания.* Представление о независимых событиях в жизни.

Элементы комбинаторики. *Правило умножения, перестановки, факториал числа. Сочетания и число сочетаний. Формула числа сочетаний. Треугольник Паскаля. Опыты с большим числом равновозможных элементарных событий. Вычисление вероятностей в опытах с применением комбинаторных формул. Испытания Бернулли. Успех и неудача. Вероятности событий в серии испытаний Бернулли.*

Случайные величины. *Знакомство со случайными величинами на примерах конечных дискретных случайных величин. Распределение вероятностей. Математическое ожидание. Свойства математического ожидания. Понятие о законе больших чисел. Измерение вероятностей. Применение закона больших чисел в социологии, страховании, в здравоохранении, обеспечении безопасности населения в чрезвычайных ситуациях.*

ПРИМЕРНОЕ ТЕМАТИЧЕСКОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ

Тематическое планирование реализует один из возможных подходов к распределению изучаемого материала по учебно-методическому комплекту по алгебре, выпускаемому издательством «Просвещение», не носит обязательного характера и не исключает возможностей иного распределения содержания.

В примерном тематическом планировании разделы основного содержания по алгебре разбиты на темы в хронологии их изучения по соответствующим учебникам.

Особенностью примерного тематического планирования является то, что в нём содержится описание возможных видов деятельности учащихся в процессе усвоения соответствующего содержания, направленных на достижение поставленных целей обучения. Это ориентирует учителя на усиление деятельностного подхода в обучении, на организацию разнообразной учебной деятельности, отвечающей современным психолого-педагогическим воззрениям, на использование современных технологий.

Тематическое планирование представлено в двух вариантах.

Первый вариант составлен из расчёта часов, указанных в проекте Базисного учебного (образовательного) плана (БУП) образовательных учреждений общего образования (не менее 3 часов в неделю, 102 часа в год). При составлении рабочей программы образовательное учреждение может увеличить указанное в проекте БУП минимальное учебное время за счёт его вариативного компонента.

Второй вариант примерного тематического планирования предназначен для классов, нацеленных на повышенный уровень математической подготовки учащихся. В этом случае в основное программное содержание включаются дополнительные вопросы, способствующие развитию математического кругозора, освоению более продвинутого математического аппарата, математических способностей. Расширение содержания математического образования в этом случае даёт возможность существенно обогатить круг решаемых математических задач. При работе по второму варианту примерного тематического планирования на изучение алгебры рекомендуется отводить не менее 4 часов в неделю. Учебные часы, приведённые в примерном тематическом планировании, даны в минимальном объёме (из расчёта 4 часов в неделю, 136 часов в год). Дополнительные вопросы в примерном тематическом планировании даны в квадратных скобках.

Ю. М. Колягин, М. В. Ткачёва, Н. Е. Фёдорова, М. И. Шабунин «Алгебра, 7», «Алгебра, 8», «Алгебра, 9»

<table>
<tr><th rowspan="2">Номер пара-графа</th><th rowspan="2">Содержание материала</th><th colspan="2">Количество часов</th><th rowspan="2">Характеристика основных видов деятельности ученика (на уровне учебных действий)</th></tr>
<tr><th>I</th><th>II</th></tr>
<tr><td colspan="5">7 класс</td></tr>
<tr><td colspan="2">Глава I. Алгебраические выражения</td><td>11</td><td>14</td><td rowspan="2">Выполнять элементарные знаково-символические действия: применять буквы для обозначения чисел, для записи общих утверждений; составлять буквенные выражения по условиям, заданным словесно, преобразовывать алгебраические суммы и произведения (выполнять приведение подобных слагаемых, раскрытие скобок, упрощение произведений). Вычислять числовое значение буквенного выражения. Составлять формулы, выражающие зависимости между величинами, вычислять по формулам</td></tr>
<tr><td>1
2
3
4
5</td><td>Числовые выражения
Алгебраические выражения
Алгебраические равенства. Формулы
Свойства арифметических действий
Правила раскрытия скобок
Обобщающий урок
Контрольная работа № 1</td><td>2
1
2
2
2
1
1</td><td>3
1
3
3
2
1
1</td></tr>
<tr><td colspan="2">Глава II. Уравнения с одним неизвестным</td><td>8</td><td>10</td><td rowspan="2">Проводить доказательные рассуждения о корнях уравнения с опорой на определение корня, числовые свойства выражений. Распознавать линейные уравнения. Решать линейные, а также уравнения, сводящиеся к ним. Решать простейшие уравнения с неизвестным под знаком модуля. Решать текстовые задачи алгебраическим способом: переходить от словесной формулировки условия задачи к алгебраической модели путём составления линейного уравнения; решать составленное уравнение; интерпретировать результат</td></tr>
<tr><td>6
7

8</td><td>Уравнение и его корни
Решение уравнений с одним неизвестным, сводящихся к линейным
Решение задач с помощью уравнений
Обобщающий урок
Контрольная работа № 2</td><td>1
2

3
1
1</td><td>1
3

4
1
1</td></tr>
</table>

Глава III. Одночлены и многочлены		**17**	**24**	Формулировать, записывать в символической форме и обосновывать свойства степени с натуральным показателем; применять свойства степени для преобразования выражений и вычислений. Выполнять действия с одночленами и многочленами. Применять различные формы самоконтроля при выполнении преобразований выражений
9	Степень с натуральным показателем	2	2	
10	Свойства степени с натуральным показателем	2	3	
11	Одночлен. Стандартный вид одночлена	1	1	
12	Умножение одночленов	2	2	
13	Многочлены	1	1	
14	Приведение подобных членов	1	2	
15	Сложение и вычитание многочленов	1	3	
16	Умножение многочлена на одночлен	1	2	
17	Умножение многочлена на многочлен	2	3	
18	Деление одночлена и многочлена на одночлен	2	2	
	Обобщающий урок	1	2	
	Контрольная работа № 3	1	1	
Глава IV. Разложение многочленов на множители		**17**	**20**	Доказывать формулы сокращённого умножения, применять их в преобразованиях выражений и вычислениях. Выполнять разложение многочленов на множители разными способами. *Выполнять разложение многочленов на множители с помощью формул куба суммы, куба разности, суммы кубов, разности кубов. Решать уравнения, применяя свойство равенства нулю произведения*. Применять различные формы самоконтроля при выполнении преобразований
19	Вынесение общего множителя за скобки	3	3	
20	Способ группировки	3	3	
21	Формула разности квадратов	2	3	
22	Квадрат суммы. Квадрат разности	4	4	
23	Применение нескольких способов разложения многочлена на множители	3	5	
	Обобщающий урок	1	1	
	Контрольная работа № 4	1	1	

Продолжение

Номер параграфа	Содержание материала	Количество часов		Характеристика основных видов деятельности ученика (на уровне учебных действий)
		I	II	
Глава V. Алгебраические дроби		**19**	**23**	Формулировать основное свойство алгебраической дроби и применять его для преобразования дробей. Выполнять действия с алгебраическими дробями. Находить допустимые значения букв, входящих в алгебраическую дробь. Решать уравнения, сводящиеся к линейным с дробными коэффициентами. *Выполнять совместные действия над выражениями, содержащими алгебраические дроби*
24	Алгебраическая дробь. Сокращение дробей	3	3	
25	Приведение дробей к общему знаменателю	2	3	
26	Сложение и вычитание алгебраических дробей	4	6	
27	Умножение и деление алгебраических дробей	4	4	
28	Совместные действия над алгебраическими дробями	4	5	
	Обобщающий урок	1	1	
	Контрольная работа № 5	1	1	
Глава VI. Линейная функция и её график		**11**	**13**	Вычислять значения функций, заданных формулами (при необходимости использовать калькулятор); составлять таблицы значений функций. Строить по точкам графики функций. Описывать свойства функции на основе её графического представления. Моделировать реальные зависимости, выражаемые линейной функцией, с помощью формул и графиков. Интерпретировать графики реальных зависимостей. Использовать функциональную символику
29	Прямоугольная система координат на плоскости	1	2	
30	Функция	2	3	
31	Функция $y = kx$ и её график	3	3	
32	Линейная функция и её график	3	3	
	Обобщающий урок	1	1	

	Контрольная работа № 6	1	1	для записи разнообразных фактов, связанных с линейной функцией, обогащая опыт выполнения знаково-символических действий. Строить речевые конструкции с использованием функциональной терминологии. Использовать компьютерные программы для исследования положения на координатной плоскости графика линейной функции в зависимости от значений коэффициентов, входящих в формулу. Распознавать линейную функцию. *Показывать схематически положение на координатной плоскости графиков функций вида* $y=kx$, $y=kx+b$ *в зависимости от значений коэффициентов, входящих в формулы*. *Строить график функции* $y=\|x\|$. Строить график линейной функции; описывать его свойства. Распознавать прямую и обратную пропорциональные зависимости. Решать текстовые задачи на прямую и обратную пропорциональные зависимости (в том числе с контекстом из смежных дисциплин, из реальной жизни)
Глава VII. Системы двух уравнений с двумя неизвестными		**13**	**17**	Определять, является ли пара чисел решением данного уравнения с двумя неизвестными; приводить примеры решений уравнений с двумя неизвестными. Строить графики уравнений с двумя неизвестными, указанных в содержании. Находить целые решения систем уравнений с двумя неизвестными путём перебора. Решать системы двух уравнений первой степени с двумя неизвестными. Решать текстовые задачи, алгебраической
33	Уравнение первой степени с двумя неизвестными. Системы уравнений	1	1	
34	Способ подстановки	2	3	
35	Способ сложения	3	4	
36	Графический способ решения систем уравнений	2	2	

Продолжение

Номер параграфа	Содержание материала	Количество часов I	Количество часов II	Характеристика основных видов деятельности ученика (на уровне учебных действий)
37	Решение задач с помощью систем уравнений Обобщающий урок Контрольная работа № 7	3 1 1	5 1 1	моделью которых является уравнение с двумя неизвестными: переходить от словесной формулировки условия задачи к алгебраической модели путём составления системы уравнений; решать составленную систему уравнений; интерпретировать результат. Конструировать речевые высказывания, эквивалентные друг другу, с использованием алгебраического и геометрического языков. Использовать функционально-графические представления для решения и исследования уравнений и систем
Глава VIII. Элементы комбинаторики		**6**	**7**	Выполнять перебор всех возможных вариантов для пересчёта объектов или комбинаций объектов. Применять правило комбинаторного умножения для решения задач на нахождение числа объектов, вариантов или комбинаций (диагонали многоугольника, рукопожатия, число кодов, шифров, паролей и т. п.). *Подсчитывать число вариантов с помощью графов*
38 39 40	Различные комбинации из трёх элементов Таблица вариантов и правило произведения Подсчёт вариантов с помощью графов Обобщающий урок	1 2 2 1	2 2 2 1	
Повторение. Итоговый зачёт		**—**	**8**	

8 класс

Повторение курса алгебры 7 класса		**—**	**3**	
Глава I. Неравенства		**19**	**22**	Сравнивать и упорядочивать рациональные числа. Формулировать свойства числовых неравенств, иллюстрировать их на координатной прямой, доказывать алгебраически. Применять свойства неравенств в ходе решения задач. Распознавать линейные неравенства, уравнения и неравенства, в том числе *содержащие неизвестные под знаком модуля*. Решать линейные неравенства, системы линейных неравенств, в том числе *содержащие неизвестные под знаком модуля*. Использовать в письменной математической речи обозначения и графические изображения числовых множеств, теоретико-множественную символику
1	Положительные и отрицательные числа	2	2	
2	Числовые неравенства	1	1	
3	Основные свойства числовых неравенств	2	2	
4	Сложение и умножение неравенств	1	1	
5	Строгие и нестрогие неравенства	1	1	
6	Неравенства с одним неизвестным	1	1	
7	Решение неравенств	3	3	
8	Системы неравенств с одним неизвестным. Числовые промежутки	1	1	
9	Решение систем неравенств	3	4	
10	Модуль числа. Уравнения и неравенства, содержащие модуль	2	3	
	Обобщающий урок	1	2	
	Контрольная работа № 1	1	1	
Глава II. Приближённые вычисления		**18**	**18**	Находить, анализировать, сопоставлять числовые характеристики объектов окружающего мира. Использовать разные формы записи приближённых значений; делать выводы о точности приближения по их записи. Выполнять вычисления с реальными
11	Приближённые значения величин. Погрешность приближения	2	2	
12	Оценка погрешности	2	2	

Продолжение

Номер параграфа	Содержание материала	Количество часов I	Количество часов II	Характеристика основных видов деятельности ученика (на уровне учебных действий)
13	Округление чисел	1	1	данными. Выполнять прикидку и оценку результатов вычислений. Использовать запись чисел в стандартном виде для выражения размеров объектов, длительности процессов в окружающем мире. Сравнивать числа и величины, записанные с использованием степени 10. *Выполнять вычисления на микрокалькуляторе при решении задач из смежных дисциплин и реальной действительности*
14	Относительная погрешность	2	2	
15	Практические приёмы приближённых вычислений	4	4	
16	Простейшие вычисления на микрокалькуляторе	1	1	
17	Действия над числами, записанными в стандартном виде	2	2	
18	Вычисления на микрокалькуляторе степени числа, обратного данному	1	1	
19	Последовательное выполнение операций на микрокалькуляторе	1	1	
	Обобщающий урок	1	1	
	Контрольная работа № 2			
Глава III. Квадратные корни		**12**	**15**	Приводить примеры иррациональных чисел; распознавать рациональные и иррациональные числа; изображать числа точками координатной прямой. Описывать множество действительных чисел. Использовать в письменной математической речи обозначения и графические изображения числовых множеств, теоретико-множественную символику. Доказывать свойства арифметических квадратных корней; применять их к преобразованию выраже-
20	Арифметический квадратный корень	2	2	
21	Действительные числа	2	2	
22	Квадратный корень из степени	2	3	
23	Квадратный корень из произведения	2	2	
24	Квадратный корень из дроби	2	3	
	Обобщающий урок	1	2	
	Контрольная работа № 2	1	1	

				ний. Формулировать определение понятия тождества, приводить примеры различных тождеств. Вычислять значения выражений, содержащих квадратные корни; выражать переменные из геометрических и физических формул, содержащих квадратные корни. Находить значения квадратных корней, точные и приближённые, при необходимости используя калькулятор; вычислять значения выражений, содержащих квадратные корни. Использовать квадратные корни при записи выражений и формул. Оценивать квадратные корни целыми числами и десятичными дробями; сравнивать и упорядочивать рациональные числа и иррациональные, записанные с помощью квадратных корней. *Применять теорему о соотношении среднего арифметического и среднего геометрического положительных чисел. Исключать иррациональность из знаменателя дроби*
Глава IV. Квадратные уравнения		**25**	**29**	Проводить доказательные рассуждения о корнях уравнения с опорой на определение корня, числовые и функциональные свойства выражений. Распознавать типы квадратных уравнений. Решать квадратные уравнения, а также уравнения, сводящиеся к ним; решать дробно-рациональные уравнения, сводящиеся к квадратным. *Применять при решении квадратного уравнения метод разложения на множители, метод вынесения полного квадрата, формулу корней квадратного*
25	Квадратное уравнение и его корни	2	2	
26	Неполные квадратные уравнения	1	1	
27	Метод выделения полного квадрата	1	1	
28	Решение квадратных уравнений	3	4	
29	Приведённое квадратное уравнение. Теорема Виета.	2	3	
30	Уравнения, сводящиеся к квадратным	3	3	

Продолжение

Номер параграфа	Содержание материала	Количество часов I	Количество часов II	Характеристика основных видов деятельности ученика (на уровне учебных действий)
31	Решение задач с помощью квадратных уравнений	4	4	*уравнения, формулу чётного второго коэффициента, формулу корней приведённого квадратного уравнения*.
32 33 34	Решение простейших систем, содержащих уравнение второй степени Различные способы решения систем уравнений Решение задач с помощью систем уравнений Обобщающий урок Контрольная работа № 3	2 3 2 1 1	3 3 3 1 1	Раскладывать на множители квадратный трёхчлен. Исследовать квадратные уравнения по дискриминанту и коэффициентам. Решать текстовые задачи алгебраическим способом: переходить от словесной формулировки условия задачи к алгебраической модели путём составления уравнения; решать составленное уравнение; интерпретировать результат. Решать системы двух уравнений с двумя неизвестными, содержащих уравнение второй степени.
Глава V. Квадратичная функция		**14**	**18**	Вычислять значения функций, заданных формулами $y=x^2$, $y=ax^2$, $y=ax^2+bx+c$ (при необходимости использовать калькулятор); составлять таблицы значений функций. Строить по точкам графики функций. Описывать свойства функции на основе её графического представления. Интерпретировать графики реальных зависимостей. Использовать функциональную символику для записи разнообразных фактов, связанных с квадратич-
35 36 37 38 39	Определение квадратичной функции Функция $y=x^2$ Функция $y=ax^2$ Функция $y=ax^2+bx+c$ Построение графика квадратичной функции	1 1 2 3 4	2 2 3 3 5	

	Обобщающий урок Контрольная работа № 4	2 1	2 1	ной функцией, обогащая опыт выполнения знаково-символических действий. Строить речевые конструкции с использованием функциональной терминологии. Показывать схематически положение на координатной плоскости графиков функций вида $y = x^2$, $y = ax^2$, $y = ax^2 + c$, $y = ax^2 + bx + c$ в зависимости от значений коэффициентов a, b, c, входящих в формулы. Строить график квадратичной функции; описывать свойства функции *(возрастание, убывание, наибольшее, наименьшее значения). Строить график квадратичной функции с применением движений графиков, растяжений и сжатий*
Глава VI. Квадратные неравенства		**10**	**14**	Применять свойства неравенств в ходе решения задач. Распознавать квадратные неравенства. Решать квадратные неравенства, используя графические представления. *Применять метод интервалов при решении квадратных неравенств и простейших дробно-рациональных неравенств, сводящихся к квадратным*. Исследовать квадратичную функцию $y = ax^2 + bx + c$ в зависимости от значений коэффициентов a, b и c
40	Квадратное неравенство и его решение	2	2	
41	Решение квадратного неравенства с помощью графика квадратичной функции	4	5	
42	Метод интервалов	2	4	
	Обобщающий урок	1	2	
	Контрольная работа № 5	1	1	
Повторение. Итоговый зачёт		**4**	**17**	

Продолжение

Номер параграфа	Содержание материала	Количество часов		Характеристика основных видов деятельности ученика (на уровне учебных действий)
		I	II	
9 класс				
Повторение курса алгебры 8 класса		**2**	**2**	
Глава I. Степень с рациональным показателем		**13**	**16**	Сравнивать и упорядочивать степени с целыми и рациональными показателями, выполнять вычисления с рациональными числами, вычислять значения степеней с целым показателем. Формулировать определение арифметического корня натуральной степени из числа. Вычислять приближённые значения корней, используя при необходимости калькулятор; проводить оценку корней. Применять свойства арифметического корня для преобразования выражений. Формулировать определение корня третьей степени; находить значения кубических корней, при необходимости используя калькулятор. Исследовать свойства кубического корня, проводя числовые эксперименты с использованием калькулятора, компьютера. Возводить числовое неравенство с положительными левой и правой частью в степень. Сравнивать степени с разными основаниями и равными показателями.
	Степень с натуральным показателем	2	2	
1	Степень с целым показателем	4	4	
2	Арифметический корень натуральной степени	2	2	
3	Свойства арифметического корня	2	2	
4	Степень с рациональным показателем	1	1	
5	Возведение в степень числового неравенства	1	2	
	Обобщающий урок	—	2	
	Контрольная работа № 1	1	1	

				Формулировать определение степени с рациональным показателем, применять свойства степени с рациональным показателем при вычислениях
Глава II. Степенная функция		**15**	**19**	Вычислять значения функций, заданных формулами (при необходимости использовать калькулятор); составлять таблицы значений функций. *Формулировать определение функции*. Строить по точкам графики функций. Описывать свойства функции на основе её графического представления (область определения, множество значений, промежутки знакопостоянства, *чётность*, *нечётность*, возрастание, убывание, наибольшее, наименьшее значения). Интерпретировать графики реальных зависимостей. Использовать функциональную символику для записи разнообразных фактов, связанных с функциями $y=x^3$, $y=\sqrt{x}$, $y=\sqrt[3]{x}$, $y=\frac{k}{x}$, обогащая опыт выполнения знаково-символических действий. Строить речевые конструкции с использованием функциональной терминологии. Исследования графиков функций в зависимости от значений коэффициентов, входящих в формулу. Распознавать виды изучаемых функций. *Строить графики указанных функций (в том числе с применением движений графиков); описывать их свойства*. Решать простейшие уравнения и неравенства, содержащие степень. Решать иррациональные уравнения
6	Область определения функции	3	3	
7	Возрастание и убывание функции	2	3	
8	Чётность и нечётность функции	2	2	
9	Функция $y=\frac{k}{x}$	3	4	
10	Неравенства и уравнения, содержащие степень	2	4	
	Обобщающий урок	2	2	
	Контрольная работа № 2	1	1	

Продолжение

Номер параграфа	Содержание материала	Количество часов		Характеристика основных видов деятельности ученика (на уровне учебных действий)
		I	II	
Глава III. Прогрессии		**15**	**19**	Применять индексные обозначения, строить речевые высказывания с использованием терминологии, связанной с понятием последовательности. Вычислять члены последовательностей, заданных формулой *n*-го члена или рекуррентной формулой. Устанавливать закономерность в построении последовательности, если выписаны первые несколько её членов. Изображать члены последовательности точками на координатной плоскости. Распознавать арифметическую и геометрическую прогрессии при разных способах задания. Выводить на основе доказательных рассуждений формулы общего члена арифметической и геометрической прогрессий, суммы первых *n* членов арифметической и геометрической прогрессий; решать задачи с использованием этих формул. *Доказывать характеристические свойства арифметической и геометрической прогрессий, применять эти свойства при решении задач*. Рассматривать примеры из реальной жизни, иллюстрирующие изменение процессов в арифметической прогрес-
11	Числовая последовательность	1	2	
12	Арифметическая прогрессия	3	3	
13	Сумма *n* первых членов арифметической прогрессии	3	4	
14	Геометрическая прогрессия	3	3	
15	Сумма *n* первых членов геометрической прогрессии	3	4	
	Обобщающий урок	1	2	
	Контрольная работа № 3	1	1	

				сии, в геометрической прогрессии; изображать соответствующие зависимости графически. Решать задачи на сложные проценты, в том числе задачи из реальной практики (с использованием калькулятора)
Глава IV. Случайные события		**14**	**15**	Находить вероятность события в испытаниях с равновозможными исходами (с применением классического определения вероятности). Проводить случайные эксперименты, в том числе с помощью компьютерного моделирования, интерпретировать их результаты. Вычислять частоту случайного события; оценивать вероятность с помощью частоты, полученной опытным путём. Приводить примеры достоверных и невозможных событий. Объяснять значимость маловероятных событий в зависимости от их последствий. Решать задачи на нахождение вероятностей событий, в том числе с применением комбинаторики. Приводить примеры противоположных событий. *Решать задачи на применение представлений о геометрической вероятности*. Использовать при решении задач свойство вероятностей противоположных событий
16	События	2	2	
17	Вероятность события	2	2	
18	Решение вероятностных задач с помощью комбинаторики	2	3	
19	Сложение и умножение вероятностей	3	3	
20	Относительная частота и закон больших чисел	2	2	
	Обобщающий урок	2	2	
	Контрольная работа № 4	1	1	
Глава V. Случайные величины		**12**	**13**	Организовывать информацию и представлять её в виде таблиц, столбчатых и круговых диаграмм. *Строить полигоны частот*. Находить среднее арифметическое, размах, моду и медиану совокупности
21	Таблицы распределения	2	2	
22	Полигоны частот	1	1	

Продолжение

Номер параграфа	Содержание материала	Количество часов		Характеристика основных видов деятельности ученика (на уровне учебных действий)
		I	II	
23 24 25	Генеральная совокупность и выборка Центральные тенденции Меры разброса Обобщающий урок Контрольная работа № 5	1 3 2 2 1	1 3 3 2 1	числовых данных. Приводить содержательные примеры использования средних значений для характеристики совокупности данных (спортивные показатели, размеры одежды и др.). *Приводить содержательные примеры генеральной совокупности, произвольной выборки из неё и репрезентативной выборки*
Глава VI. Множества. Логика		**16**	**18**	Приводить примеры конечных и бесконечных множеств. Находить объединение и пересечение конкретных множеств, разность множеств. Приводить примеры несложных классификаций. Использовать теоретико-множественную символику и язык при решении задач в ходе изучения различных разделов курса. Конструировать несложные формулировки определений. Воспроизводить формулировки и доказательства изученных теорем, проводить несложные доказательства высказываний самостоятельно, ссылаться в ходе обоснований на определения, теоремы, аксиомы. Приводить примеры прямых и обратных теорем. Иллюстрировать математические понятия и утверждения примерами.
26 27 28 29 30 31	Множества Высказывания. Теоремы Следование и равносильность Уравнение окружности Уравнение прямой Множества точек на координатной плоскости Обобщающий урок Контрольная работа № 6	2 2 3 2 2 2 2 1	3 3 3 2 2 2 2 1	

				Использовать примеры и контрпримеры в аргументации. Конструировать математические предложения с помощью связок *если ..., то ..., в том и только том случае,* логических связок *и, или*. *Выявлять необходимые и достаточные условия, формулировать противоположные теоремы*. Записывать уравнение прямой, уравнение окружности. Изображать на координатной плоскости множество решений систем уравнений с двумя неизвестными; фигуры, заданные неравенством или системой неравенств с двумя неизвестными
Повторение курса алгебры		**15**	**34**	